

Федеральное агентство по образованию  
Уральский государственный технический университет-УПИ

## **СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИЗУЧЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**

Методические указания для студентов,  
обучающихся по специальности 080301 – Коммерция (торговое дело)

*Печатается по решению редакционно-издательского совета  
университета от 18.01.2007 г.*

**Екатеринбург  
УГТУ-УПИ**

**2007**

УДК 004.67:620.22:519.254

Составитель В.Р.Бараз

Научный редактор доцент кафедры ОМД УГТУ-УПИ,  
канд. техн. наук С.И. Паршаков

Статистические методы изучения динамических процессов: методические указания/ В.Р. БАРАЗ. Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2007. 27 с.

Методические указания предназначены для приобретения навыков применения программы *Excel* при выполнении цикла домашних заданий по теме «Динамические ряды», читаемой в курсе «Статистика». Рекомендовано для студентов специальности 080301 – Коммерция (торговое дело) в металлургии, а также для студентов других инженерных и экономических специальностей, изучающих соответствующие разделы курсов «Статистика» и «Организация эксперимента».

Библиогр. 4 . Рис.15.

Подготовлено кафедрой металловедения

© Уральский государственный  
технический университет-УПИ, 2007

Прогнозы бывают трех видов: верные, неверные и научные.

*Гаврила Увеков*

Чтобы прослыть ясновидцем, предсказывай будущее на сто лет вперед. Чтобы прослыть глупцом, предсказывай его на завтра.

*Неизвестный автор*

*Временными (хронологическими) рядами* или *рядами динамики* называются такие ряды, в которых статистические данные находятся в функциональной зависимости от времени.

В случае динамических рядов сама *последовательность* наблюдений несет в себе важную информацию. Так, чтобы охарактеризовать какую-то совокупность данных *в целом*, нам уже недостаточно знать лишь типичное значение этих данных (например, среднее арифметическое или стандартное отклонение). В данной ситуации желательно знать, что, скорее всего, *произойдет дальше*. Тем самым подобный прогноз должен *экстраполировать* ближайшее поведение исследуемой системы с точки зрения её функционирования *в прошлом*.

### **Понятие о статистических рядах динамики**

Таким образом, главная цель анализа временных рядов заключается в *создании прогнозов*, т.е. *предсказании будущего*. Эти прогнозы основываются на той или иной модели (ее называют *математической моделью* или *процессом*). Модель представляет собой систему уравнений, которая позволяет получить некий набор *искусственных* совокупностей данных, относящихся к категории временных рядов. Прогноз позволяет получить ожидаемое (т.е. среднее) значение будущего поведения оцениваемой модели.

Подобно всем оценкам, прогноз обычно не в полной мере соответствует действительности. *Границами прогноза* являются его доверительные границы (если используемая модель позволяет их определить). Если используемая модель корректна по отношению к исследуемым данным, то будущее наблюдение с вероятностью, например, 95% попадает в эти границы.

Следовательно, *динамическими рядами* называются статистические данные, отражающие развитие исследуемого процесса во времени.

В каждом ряду динамики содержатся два основных элемента:

- *показатель времени  $t$* ;
- соответствующие ему *уровни развития* изучаемого процесса  $y$ .

В качестве *показателя времени* в рядах динамики выступают

- либо определенные *даты* (моменты) времени;
- либо отдельные *периоды* (годы, кварталы, месяцы, сутки).

Статистические показатели, характеризующие изучаемый объект, называют *уровнями ряда*. Уровни отображают количественную оценку (меру) развития исследуемого процесса во времени.

По форме выражения уровни могут быть *абсолютными*, *относительными* или *средними* величинами. При этом они способны отражать состояние процесса:

- на определенный *момент времени* (на начало месяца, квартала, года);
- за определенные *интервалы времени* (за сутки, месяц, год и т.п.).

Соответственно по фактору времени принято различать *моментные* и *интервальные* динамические (временные) ряды (рис.1).



Рис.1. Схематическое изображение рядов динамики по фактору времени

Отличительная особенность интервальных рядов динамики абсолютных величин – можно *суммировать* их уровни, поскольку они *не* содержат *повторного счета*. Тем самым можно суммировать уровни как за более короткий промежуток времени (сутки, недели, месяц), так и за более длительный (квартал, год). В результате суммирования уровней интервального динамического ряда получают так называемые *накопленные итоги*, которые имеют вполне реальное содержание.

Пример интервального ряда динамики – скажем, выпуск металлургическим факультетом инженеров по годам.

Вместе с тем моментным рядом динамики может служить, допустим, число студентов на факультете. Уровни данного ряда – это обобщенные итоги учета числа студентов по состоянию на определенную дату. Ею может быть конец или начало соответствующего учебного года. При этом отдельные уровни моментного ряда динамики содержат элементы так называемого *повторного счета*. Суть сказанного состоит в следующем: большая часть студентов, учитываемая, например, в прошедшем учебном году, естественно,

наличествует (за вычетом выпускников и отчисленных) и в настоящее время, являясь единицами совокупности и в текущем учебном году. Вот почему суммирование уровней моментных рядов динамики (в отличие от интервальных) становится процедурой, лишенной очевидного смысла.

### Изучение основной тенденции развития

Мы рассмотрели наиболее используемые статистические характеристики, которые применяются для количественной оценки динамических рядов. Теперь основное внимание уделим тому, как на основании анализа временного ряда можно прогнозировать развитие событий в будущем.

Важным направлением в исследовании закономерностей экономических процессов является изучение *общей тенденции развития (тренда)*.

Изменения уровней временных рядов обуславливаются влиянием на изучаемый процесс различных факторов. В общем случае они неоднородны по силе, направлению и времени воздействия. Принято выделять так называемые *систематическую  $Ст$*  и *случайную  $Сл$*  составляющие. При этом в зависимости от формы разложения динамического ряда различают *аддитивную* и *мультипликативную* модели. В первом случае исходные данные динамического ряда *ИД* описывается в виде суммы этих показателей (т.е. выражением  $ИД = Ст + Сл$ ), во втором – их произведением ( $ИД = Ст \cdot Сл$ ).

В свою очередь, систематическая составляющая *Ст* является интегральной характеристикой, поскольку отражает влияние нескольких факторов. Во-первых, это постоянно действующие факторы, которые оказывают обычно определяющее влияние, и именно они формируют в рядах динамики *основную тенденцию* развития, так называемый *тренд  $Тр$* . Во-вторых, воздействие других факторов может проявляться лишь *периодически*. Это вызывает повторяемые во времени *колебания* уровней динамического ряда – либо *сезонного* характера (*сезонный компонент  $Сз$* ), либо в виде каких-то *циклических* событий (*циклический компонент  $Цк$* ).

Случайная составляющая *Сл* отражает действие *разовых* (спорадических) факторов, которые проявляются в виде непредсказуемых и нерегулярных изменений уровней рядов динамики.

На рис.2 дано структурное изображение основных составляющих динамических рядов.

Таким образом, анализ рядов динамики фактически сводится к оцениванию четырех базовых компонент – месячных (или поквартальных) временных рядов:

- долгосрочного тренда (тенденции) *Тр*;
- сезонных колебаний (сезонности) *Сз*;
- циклической вариации *Цк*;
- случайных колебаний (нерегулярного компонента) *Сл*.

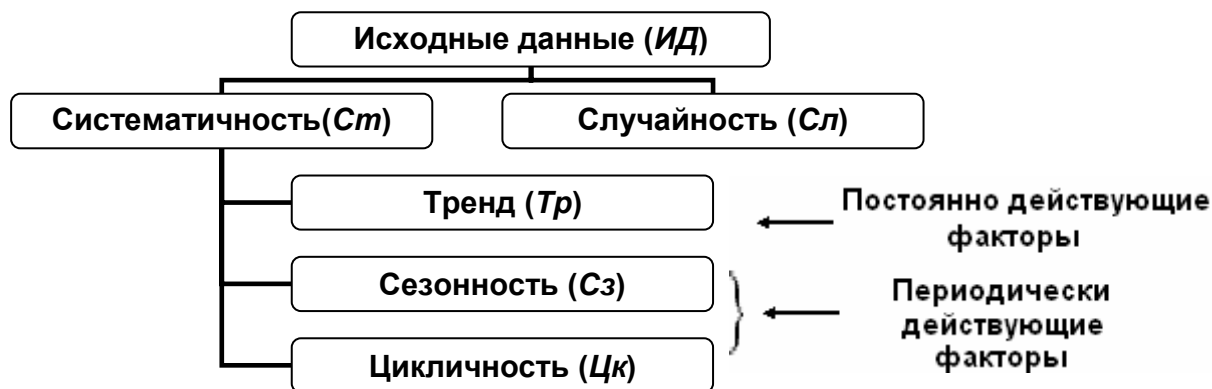


Рис.2. Структурная схема базовых компонент рядов динамики

В общем случае базовая модель динамического ряда представляет собой некие числа в этом ряду в виде произведений, полученных путем перемножения указанных компонентов:

$$\text{Исходные данные (ИД)} = \text{Тр} \cdot \text{Сз} \cdot \text{Цк} \cdot \text{Сл}$$

Дадим пояснения по поводу этих составляющих:

1. *Долгосрочный тренд* **Тр** указывает действительное долгосрочное поведение временного ряда, как правило, в виде прямой линии или экспоненциальной кривой. Здесь имеется в виду движение, представляющее нормальное развитие явления (процесса) в течение длительного времени. Это движение является *постоянным* и *медленным*, оно отражает основную тенденцию изменений. Например, возрастание добычи железной руды за последние 50 лет; развитие потребления электроэнергии за последние 10 лет.

2. Точно повторяющийся *сезонный компонент* **Сз** определяет влияние *времени года*. Сезонные колебания – это изменения, происходящие в связи с праздниками, различными событиями, обязательными распоряжениями, влияние которых ограничивается определенным сроком. Сезонные изменения бывают порой столь сильными, что нарушают основную линию развития явления. Так, пассажирское движение на российских железных дорогах очень сильно увеличивается в периоды отпусков (июль, август, сентябрь). В замерзающих зимой портах в декабре-марте не происходит вообще никакого движения транспорта.

3. Среднесрочный *циклический компонент* **Цк** состоит из последовательных повышений и понижений, которые *не* повторяются каждый год. Циклические колебания – это движение по принципу «туда и обратно». В основе лежит последовательная смена состояний подъема и спада, т.е. определенный экономический цикл.

4. Краткосрочный *нерегулярный (случайный) компонент*  $S_t$  представляет остаточную вариацию, которую невозможно объяснить. Это результат случайных колебаний. В нем проявляется действие тех *однократных* событий, которые происходят с течением времени случайно, а не систематически.

Колебания случайного характера выпадают из ритма изменений. Примером могут служить изменения, вызванные последствиями забастовок, финансового краха, издания новых законов в области налогообложения и т.п.

В качестве графического пояснения дадим изображение динамического ряда с разложением на все составляющие (рис.3).

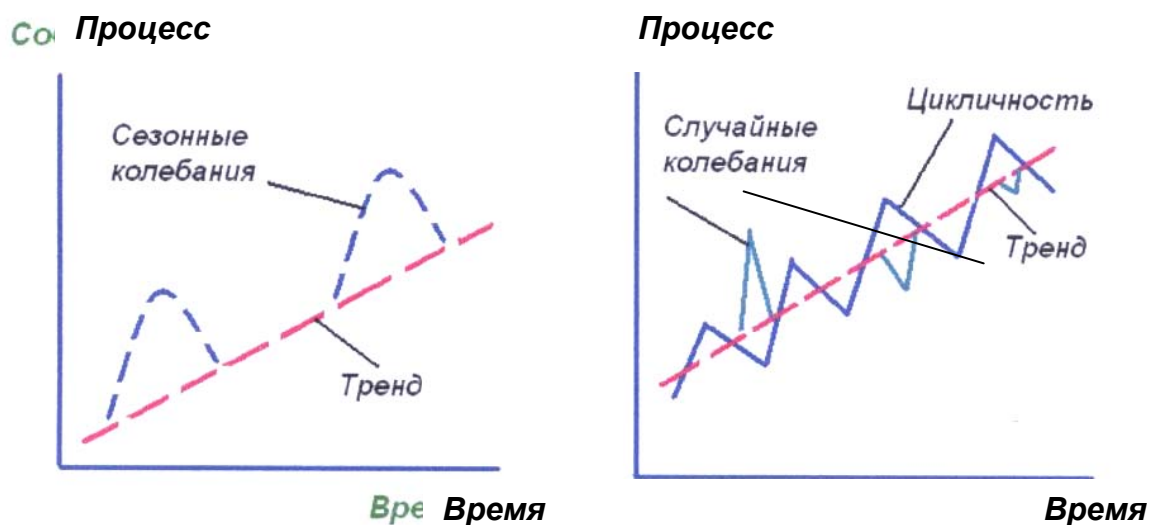


Рис.3. Базовые компоненты динамического ряда

Разграничение указанных четырех базовых компонентов (причин хронологических изменений) не всегда удастся четко провести.

Итак, мы теперь знаем, что временное развитие процесса в общем случае складывается из нескольких составляющих (их четыре). Нас главным образом интересует *тренд*, поскольку именно он позволяет судить о динамике развития изучаемого процесса и дает возможность *заглянуть в будущее*. Однако вокруг него «толпятся» другие факторы, которые путают общую картину, и роль тренда может оказаться менее яркой, более размазанной. Вот почему важно уметь выделить:

- а) влияние каждого из обсуждаемых факторов;
- б) отметить их «весовой» вклад;
- в) оценить, наконец, в чистом виде роль самого главного для нас параметра – тренда.

Эти четыре базовых компонента временного ряда (тренд, сезонность, циклический и нерегулярный компоненты) можно оценивать различными способами. Наиболее удобным и часто применяемым является метод, который называется *отношением к скользящему среднему*.

1. *Скользящее среднее* используется для устранения сезонных эффектов путем усреднения по всему году, для уменьшения *нерегулярной* составляющей и получения комбинации тренда и *циклического* компонента.

2. Деление *исходного* ряда на *сглаженный* ряд скользящего среднего дает нам *отношение к скользящему среднему*, которое включает как *сезонные*, так и *нерегулярные* значения. Выполняя группирование по времени года, а затем усреднение в полученных группах, находим *сезонный индекс* для каждого времени года. Исполняя после этого деление каждого значения ряда на соответствующий сезонный индекс для соответствующего времени года, находим значения с *сезонной поправкой*.

3. Регрессия ряда с сезонной поправкой по времени служит для оценки *долгосрочного тренда* в виде прямой линии как функции от времени. Этот тренд (тенденция) *не* отражает сезонных колебаний и дает возможность получить прогноз с сезонной поправкой.

4. Прогнозирование можно выполнять с помощью сезонности тренда. Получая из уравнения регрессии прогнозируемые значения (тренд) для будущих периодов времени и затем умножая их на соответствующий сезонный индекс, мы получаем *прогнозы*, которые отражают как *долгосрочную тенденцию*, так и *сезонное поведение*.

Теперь познакомимся с анализом динамического ряда на конкретном примере.

*Студентка четвертого курса специальности «Коммерция» Маша Хорошевская проходила производственную практику в аналитическом отделе солидной торгово-закупочной компании «Максимус», занимающейся поставками металлопроката для предприятий строительного комплекса. С учетом имеющегося строительного бума, связанного с реализацией приоритетного национального проекта в области строительства жилья, руководство фирмы заинтересовалось возможными перспективами на предстоящий год. С этой целью аналитическому отделу было поручено спрогнозировать объемы потребления товарной продукции фирмы. Поскольку Маша в рамках изучения университетского курса «Статистик» была знакома с особенностями анализа динамических рядов, то шеф отдела решил поручить такую исследовательскую работу будущему коммерсанту. Смышленная студентка, желая поддержать реноме родного факультета и утвердить собственные амбициозные планы, активно включилась в увлекательный творческий процесс...*

*Ниже приведены статистические данные о квартальных продажах сортового проката (в млн. руб.) за три последних года (2004-2006). По этим данным нужно получить прогнозные соображения относительно перспектив на ближайший год (2007):*



Год	2004				2005				2006			
Квартал	I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV
Продажа, млн. руб.	131,6	131,4	127,1	118,4	149,9	203,8	202,3	196,2	225,7	243,5	265,7	257,3

Вот такая задача поставлена перед нашей студенткой. Постараемся вместе с ней разобраться с этой проблемой.

Итак, приступим...

### Общее описание динамического процесса

Решение сформулированной задачи следует начать с представления исходных данных в формате *Excel*. Для этого откроем Лист 1 и в нем организуем таблицу, в которую поместим столбиком показатели фактических продаж. В ячейках A1:C13 отметим заголовки, укажем необходимые временные интервалы («Год», «Квартал»), а также в колонку с названием «Объем продаж» введем сами статистические данные (рис.4).

	А	В	С
1	Год	Квартал	Объем продаж, млн. руб.
2	2004	I	131,6
3		II	131,4
4		III	127,1
5		IV	118,4
6	2005	I	149,9
7		II	203,8
8		III	202,3
9		IV	196,2
10	2006	I	225,7
11		II	243,5
12		III	265,7
13		IV	257,3

Рис.4. Лист *Excel* с исходными данными

Построим теперь в графической форме анализируемую зависимость. В этом случае нам будет помогать *Мастер диаграмм*. Он запускается либо нажатием клавиши на стандартной панели инструментов, либо через команды *Вставка/Диаграмма* в строке меню.

Поступим следующим образом:

1. Выделим последнюю колонку, где указаны наши исходные данные – показатели функции (*Объем продаж*).

2. Запустим затем *Мастер диаграмм* и выполним рекомендации первого шага – выберем тип диаграммы. В появившемся окне, в левой его части, высветим тип диаграммы – *График*. Здесь же, нажав кнопку *Просмотр результата*, можно будет посмотреть, как станут выглядеть наши данные на диаграмме выбранного типа.
3. Нажмем на клавишу *Далее* и перейдем, следовательно, ко второму шагу. В окне будет активизирована вкладка *Диапазон данных*. Теперь в кнопке *Ряды в* следует указать, что наши данные представлены в *Столбцах*.
4. В пределах окна второго шага высветим вкладку *Ряд* и в строке *Подписи оси X* поставим маркер. После этого свернем это окно. Для этого нажмем клавишу справа от поля ввода. В результате можно будет увидеть ту колонку таблицы, где «сидят» наши данные по временному диапазону – это столбцы первый (*Год*) и второй (*Квартал*). Выделим оба столбца (без заголовков), после этого вновь нажмем на клавишу – окно полностью раскроется, а на графике по оси абсцисс появятся фактические значения аргумента.
5. Совершим затем следующий, третий шаг (клавиша *Далее*). Он позволит указать конкретные параметры диаграммы. Запустив вкладку *Заголовки*, укажем наименования осей координат (запишем *Время по оси x* и *Объем продаж, млн.руб.* по оси *y*). По желанию можно «украсить» график – добавить или убрать сетку (вкладка *Линии сетки*), дать необходимые комментарии к графику (вкладка *Легенда*).
6. Последний шаг – укажем, где желательно поместить график. Для этого вновь нажмем на кнопку *Далее* и отметим место расположения его – на имеющемся листе или же отдельном. После завершения этой процедуры последняя приятная операция – прикоснуться к кнопке *Готово*. Получим график, имеющий вид, представленный на рис. 5.

Может оказаться, что габариты графика нас решительно не устраивают. Для придания ему более удобного вида выделим *Область диаграммы* (должны появиться по периметру маркеры-засечки) и поменяем размеры (указатель мыши подведем к маркерам – должны возникнуть двойные стрелки, которые и нужно перемещать). Схожим образом можно изменить габариты самого графика (в пределах имеющейся области диаграммы), выделив *Область построения диаграммы*.

Теперь внимательно посмотрим на нашу экспериментальную зависимость. На основании визуального анализа можно отметить следующие особенности:

- фиксируются очевидные *сезонные колебания* (наблюдается спад в четвертом квартале);
- просматривается определенная *долговременная тенденция*, а именно общее повышение объема продаж (кривая ползет вверх);
- наблюдается некоторая *нерегулярность поведения*.

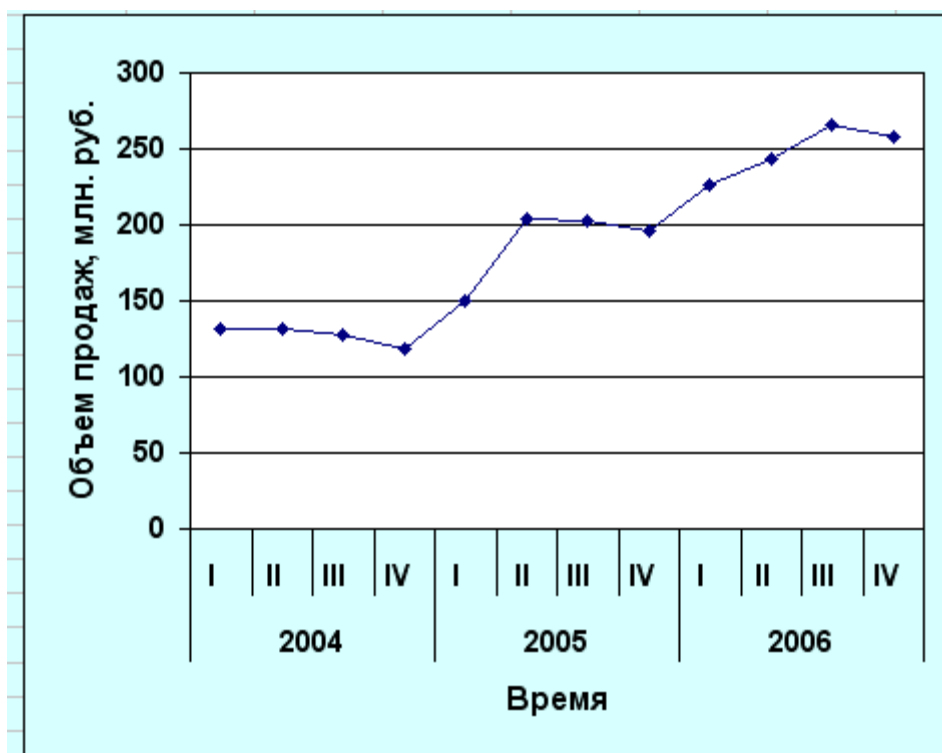


Рис.5. График динамического ряда поквартальных продаж

7. Нанесем линию тренда, для этого подведем стрелку мыши к линии графика и щелкнем правой клавишей. Появится окно **Формат рядов данных**. Выделим опцию **Добавить линию тренда**, в результате появится всплывающее окно **Линия тренда**. На вкладке **Тип** выберем похожий на нашу кривую график-шаблон. Для данного случая вполне подходящей оказывается линейная зависимость. Перейдем затем к вкладке **Параметры** и укажем засечками команды **Показать уравнение на диаграмме** и **Поместить на диаграмме величину достоверной аппроксимации  $R^2$** . После нажатия клавиши **ОК** график примет окончательный вид (рис. 6). Отметим, что наша экспериментальная кривая характеризуется довольно большим показателем статистического соответствия с линией тренда – аппроксимирующий коэффициент (коэффициент детерминации)  $R^2$  составляет 0,90. Это свидетельствует о существовании сильной корреляционной связи между изучаемыми совокупностями.

### Вычисление скользящего среднего

Наша цель состоит в том, чтобы выделить четыре базовых компонента ряда динамики. Разложение исходного динамического ряда на эти составляющие и позволяет получить четкую картину влияния каждого компонента.

Начнем с *усреднения* данных за год, чтобы а) *избавиться* от *сезонного* компонента и б) *уменьшить* *случайный (нерегулярный)* компонент.

Скользящее среднее представляет собой *новый* ряд, полученный путем усреднения соседних наблюдений динамического ряда и перехода к следующему периоду времени, – в результате получится более гладкий ряд. Выполняя усреднение данных за целый год, мы приходим к тому, что *вклад сезонных колебаний* – независимо от времени года – остается практически *одинаковым*.

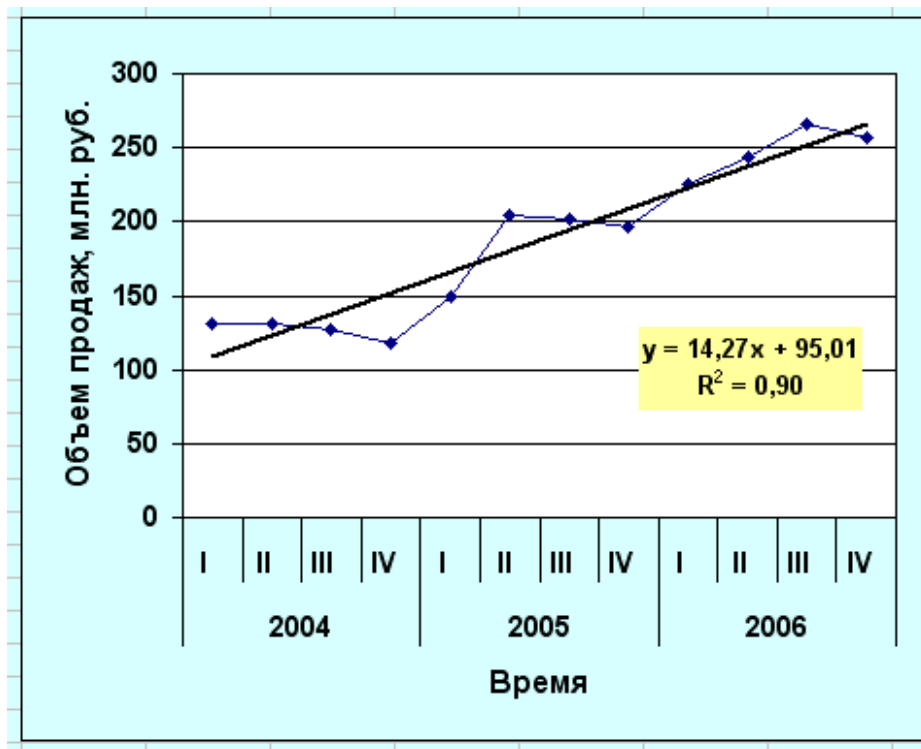


Рис.6. Исходные данные и линия тренда с уравнением регрессии

Суть метода скользящего среднего – замена *абсолютных* данных *средними арифметическими* за определенные периоды. Расчет средних величин ведется способом *скольжения*, т.е. постепенным исключением из принятого периода скользящего первого уровня и включением следующего. Здесь сглаживание динамического ряда можно осуществить, например, методом трехчленной (скажем, за три месяца, т.е. за квартал) или четырехчленной скользящей средней.

Для метода скользящего среднего условно можно записать следующие процедуры:

- выполнить усреднение соседних наблюдений за определенный период (этот временной интервал принято называть «*окном*»), например, год;
- осуществить операцию скользящего, т.е. обеспечить переход к следующему среднему путем исключения из принятого «*окна*» первого уровня и включения следующего – получается, что выбранный интервал («*окно*») скользит вдоль ряда.

Схематически это показано на рис. 7.

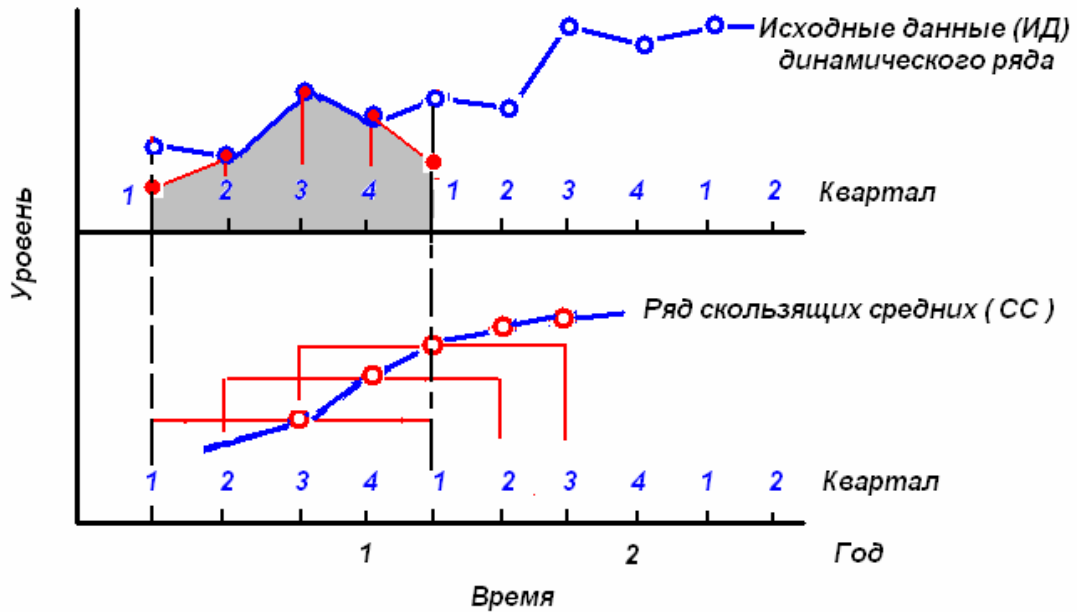


Рис.7. Сглаживание динамического ряда методом скользящего среднего

Таким образом, скользящее среднее *СС* можно охарактеризовать как показатель, учитывающий влияние тренда *Тр* и цикличности *Цк*:

$$\text{Скользящее среднее (СС)} = \text{Тр} \cdot \text{Цк}$$

Найти скользящее среднее значение для *поквартальных* данных за определенный период времени можно следующим образом.

1. Начнем с текущего значения  $y_i$  и добавим к нему значения его «соседей» справа  $y_{i+1}$  и слева  $y_{i-1}$ .

2. Прибавим затем *половину* значений следующих «соседей», т.е. получится  $0,5 y_{i+2}$  и  $0,5 y_{i-2}$ .

3. Имеющуюся сумму разделим на 4.

Такое взвешенное среднее нужно для того, чтобы *интервал* по обе стороны от базового периода времени был *симметричным* и вместе с тем охватывал в точности *данные за один год*. Взвешивая крайние точки коэффициентом 0,5, мы гарантируем, что этот квартал учтен в скользящем среднем точно так же, как и другие кварталы.

Следовательно, можно записать так:

$$\bar{y}_i = \frac{0,5y_{i-2} + y_{i-1} + y_i + y_{i+1} + 0,5y_{i+2}}{4} \quad \text{и т.д.}$$

**Пояснение.** В отечественной литературе по статистике рекомендуется вторых (и третьих) «соседей» прибавлять справа и слева целиком (не делить пополам):

$$\bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}; \bar{y}_2 = \frac{y_2 + y_3 + y_4}{3}; \dots \text{ или}$$
$$\bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4}{4}; \bar{y}_2 = \frac{y_2 + y_3 + y_4 + y_5}{4} \text{ и т.д.}$$

В этой связи использование метода скользящего среднего учитывает такую особенность, как размер окна сглаживания, длина которого может выражаться как четным, так и нечетным числом. В случае четного числа усредненное значение нельзя приписать какому-то определенному моменту времени, поскольку средняя величина может быть отнесена только к середине между двумя смежными датами, находящимися в середине окна сглаживания. Для определения сглаженных уровней при размере окна в виде четного числа применяется так называемый *метод центрирования*, который заключается в нахождении среднего арифметического из двух смежных скользящих средних для отнесения полученного уровня к определенной дате.

А теперь приступим собственно к решению нашей задачи. Напомним, что нам нужно попытаться разложить временной ряд на его составляющие.

Расчет выполняется для случая суммирования «без крайних половинок».

Вначале займемся сглаживанием динамического ряда с помощью метода скользящего среднего. Предпримем следующие шаги.

1. Введем данные, приведенные в столбцах А:С (рис. 3), на новый лист. Для этого их скопируем и перенесем в Лист 2. Зарезервируем в колонках А и В ячейки для четырех кварталов 2007 года (это в дальнейшем нам потребуются на этапе построения прогноза).
2. Отметим заголовки (метки) *Раньше\_СС*, *Позже\_СС* и *Центрированное\_СС* в ячейки D1:E1, как показано на рис. 8.
3. Выделим ячейку D4 и введем формулу =СРЗНАЧ(С2:С5). Указанное среднее первых четырех кварталов соответствует точке между вторым и третьим кварталами. Оно расположено в строке третьей четверти и будет обозначаться как *Раньше\_СС*.
4. Затем выделим ячейку E4 и введем формулу =СРЗНАЧ(С3:С6). Тем самым будет рассчитано среднее кварталов со второго по пятый, и этому станет соответствовать точка между третьим и четвертым кварталами. Это среднее располагается также в строке третьей четверти и примет обозначение *Позже\_СС*.
5. Выделим ячейку F4 и введем формулу =СРЗНАЧ(D4:E4). Будет получена средняя величина показателей *Раньше\_СС* и *Позже\_СС*, которая укажет центрированное значение для третьего квартала.

6. Теперь выделим ячейки D4:E4 и щелкнем по маркеру заполнения в правом нижнем углу выделенной области и протянем его к ячейке F13. Полученные результаты представим с одним разрядом после запятой (рис.8).

	А	В	С	Д	Е	Ф
1	Год	Квартал	Продажи	Раньше_СС	Позже_СС	Цен_СС
2	2004	I	131,6			
3		II	131,4			
4		III	127,1	127,1	131,7	129,4
5		IV	118,4	131,7	149,8	140,8
6	2005	I	149,9	149,8	168,6	159,2
7		II	203,8	168,6	188,1	178,3
8		III	202,3	188,1	207,0	197,5
9		IV	196,2	207,0	216,9	212,0
10	2006	I	225,7	216,9	232,8	224,9
11		II	243,5	232,8	248,1	240,4
12		III	265,7			
13		IV	257,3			
14	2007	I				
15		II				
16		III				
17		IV				

Рис.8. Лист *Excel* с центрированными скользящими средними

Для того чтобы на самой диаграмме отобразить скользящее среднее, сделаем следующее.

7. Выделим ячейки C1:C11. Удерживая нажатой клавишу **Ctrl**, активизируем диапазон ячеек F1:F11 и затем запускаем *Мастер диаграмм*. На шаге 1 *Мастер диаграмм* на вкладке *Стандартные* укажем *Тип График* и *Вид График* с маркерами, помечающими экспериментальные точки. Перейдем к следующему шагу 2 (*Источник данных диаграммы*). На вкладке *Ряд* щелкнем в строке *Подписи оси X* и перетащим диапазон ячеек A2:B11. На шаге 3 (*Параметры диаграммы*) для вкладки *Заголовки* введем названия координатных осей. После этого – клавиша *Готово*. Полученный результат можно видеть на рис.9.

Приведенный график следует толковать следующим образом: удалось устранить сезонные и случайные колебания объемов продаж сортовой металлопродукции, однако остался тренд и сохранилось влияние циклического компонента.

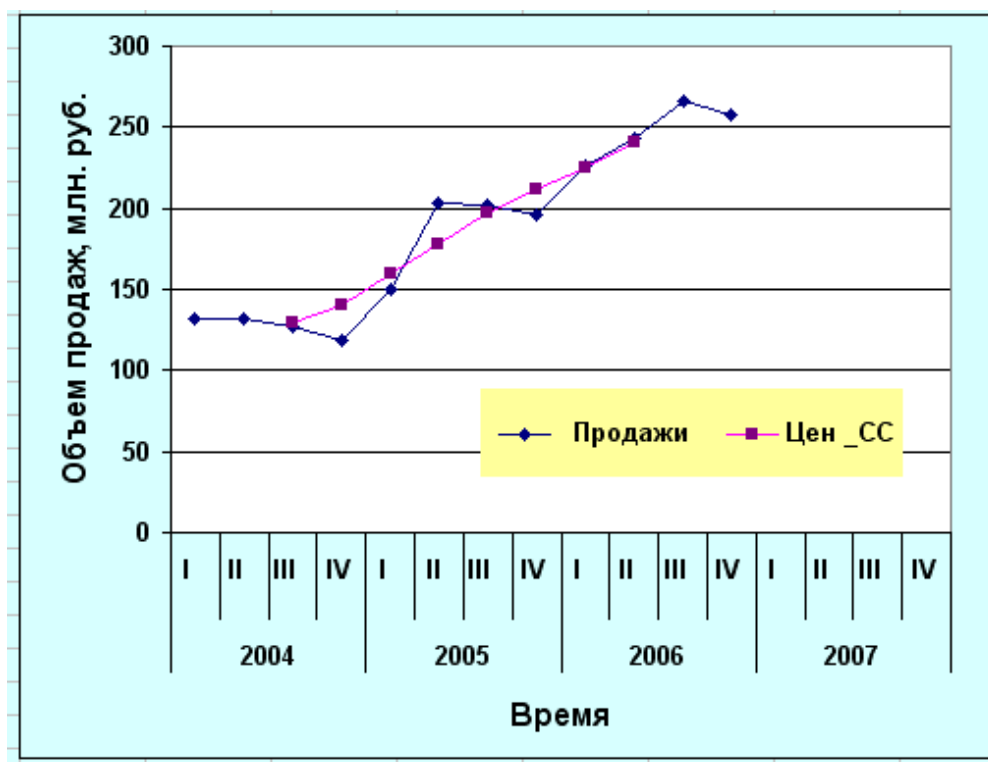


Рис.9. График фактических продаж и центрированных скользящих средних

Для того чтобы выделить *сезонное* поведение, прежде всего нужно получить отношение исходных значений к скользящему среднему. Именно отсюда происходит название «отношение к скользящему среднему». Полученный результат будет *включать сезонный* и *случайный* компоненты, поскольку скользящее среднее *исключает* из данных *тренд* и *циклическую* составляющую.

Сказанное можно представить в такой записи:

$$\text{Отношение к скользящему среднему} = \frac{\text{ИД}}{\text{СС}} = \frac{\text{Тр} \cdot \text{Сз} \cdot \text{Цк} \cdot \text{Сл}}{\text{Тр} \cdot \text{Цк}} = \text{Сз} \cdot \text{Сл}$$

- Введем метки **Отношение**, **СрОтношение** и **Нормированные** в ячейки G1:I1. Выделим ячейку G4 и запишем формулу =C4/F4. При выделенной ячейке G4 щелкнем по маркеру заполнения и протянем его к ячейке G11. Результаты этой манипуляции предстанут в столбце G (рис.10).

Данные числа являются отношением фактических продаж (абсолютных данных) к скользящему среднему. Например, число 0,841 в ячейке G5 показывает, что фактические продажи за четвертый квартал 2004 года составили 84,1% от средних продаж в течение года.



	А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І
1	Год	Квартал	Продажи	Раньше_СС	Позже_СС	Цен_СС	Отнош	СрОтнош	Нормир
2	2004	I	131,6					0,973	0,988
3		II	131,4					1,078	1,095
4		III	127,1	127,1	131,7	129,4	0,982	1,003	1,019
5		IV	118,4	131,7	149,8	140,8	0,841	0,883	0,898
6	2005	I	149,9	149,8	168,6	159,2	0,942	3,937	4,000
7		II	203,8	168,6	188,1	178,3	1,143		
8		III	202,3	188,1	207,0	197,5	1,024		
9		IV	196,2	207,0	216,9	212,0	0,926		
10	2006	I	225,7	216,9	232,8	224,9	1,004		
11		II	243,5	232,8	248,1	240,4	1,013		
12		III	265,7						
13		IV	257,3						
14	2007	I							
15		II							
16		III							
17		IV							

Рис.10. Лист *Excel* с сезонными индексами

### Анализ сезонных колебаний

Теперь, чтобы устранить *случайный (нерегулярный)* компонент, мы усредним эти значения для каждого сезона. *Сезонный* компонент проявляется, поскольку он присутствует ежегодно, тогда как нерегулярный компонент, как правило, удается усреднить.

Нужно будет рассчитать так называемый сезонный индекс, который представляет собой усредненную сезонную компоненту на весь рассматриваемый период времени (для нашего примера – три года). Для этого необходимо выбрать все отношения скользящего среднего за конкретный период, например третий квартал, их просуммировать и затем разделить на общее число этих кварталов за рассматриваемый период (их будет два). И так следует поступить с остальными временными интервалами.

В удобном виде это можно представить так:

$$\text{Сезонный индекс (СИН)} = \frac{\text{Сумма } \frac{\text{ИД}}{\text{СС}} \text{ за соответствующий период}}{\text{Общее число } n \text{ этого периода}}$$

9. Выделим ячейку Н2 и введем =СРЗНАЧ(G6;G10), а затем при выделенной этой ячейке щелкнем по маркеру заполнения и протянем его к ячейке Н3.
10. Активизируем теперь уже ячейку Н4 и введем формулу =СРЗНАЧ(G4;G8), выделенную ячейку с помощью маркера перетащим в позицию Н5. Результат можно увидеть в столбце Н (рис. 10). Здесь даны итоговые значения *Отношения* квартала для всех лет.

11. Теперь выделим ячейку H6 и запустим опцию *Автосумма* на инструментальной панели (значок  $\Sigma$ ). При отсутствии сезонного компонента индекс должен быть равен 1,00, поэтому сумма всех четырех индексов должна составлять 4. Для нормирования средних отношений (чтобы их сумма равнялась четырем) выделим ячейку I2 и введем формулу  $=H2*4/SH\$6$ . При выделенной I2 щелкнем по маркеру заполнения и протянем его к ячейке I5.
- Выделим ячейку I6 и щелкнем дважды по инструменту *Автосумма*. Как видно, сумма сезонных индексов в столбце I будет равна 4 (рис.10).

Сделаем пояснение. Например, если рассмотреть третьи кварталы соответственно 2004 и 2005 годов, то для них расчет будет выглядеть так:  $(0,982+1,024)/2=1,003$ . После нормирования этот показатель станет равным 1,019. Это и есть сезонный индекс для третьего квартала. Он был получен путем усреднения отношений за третий квартал по всем рассматриваемым годам.

Схожим образом выполняются вычисления сезонного индекса и для других кварталов.

12. Построим график в виде столбиковой диаграммы, иллюстрирующий типичную картину изменения сезонных индексов в течение года (рис.11). Прием уже знакомый – выделим ячейки H2:H5, запустим *Мастер диаграмм*, а далее действуем уже привычным способом. Заметим, что при выполнении первого шага выберем график в виде гистограммы, затем при втором шаге в окне *Подписи оси X* отметим диапазон B2:B5 (там указаны номера кварталов). И еще одно замечание. Для удобства столбики дополним числовыми значениями индексов. Поступим так: при выполнении третьего шага выберем вкладку *Подписи данных* и активизируем окно *Значения*.

Можно затем придать более приятный вид диаграмме – изменить ширину столбцов, масштаб по оси ординат. Для этого последовательно следует активизировать опции *Формат рядов данных* и *Формат оси*. Чтобы вызвать эти команды, нужно проделать следующее. В первом случае подведем маркер к какому-либо столбцу и, нажав правую клавишу, вызовем нужное контекстное меню. Во втором случае проделаем аналогичную процедуру, только маркером следует предварительно указать ось ординат.

После того как вычислен каждый сезонный индекс, его можно использовать везде – даже там, где нельзя вычислить скользящее среднее, поскольку, по определению, сезонные колебания в точности повторяются каждый год.

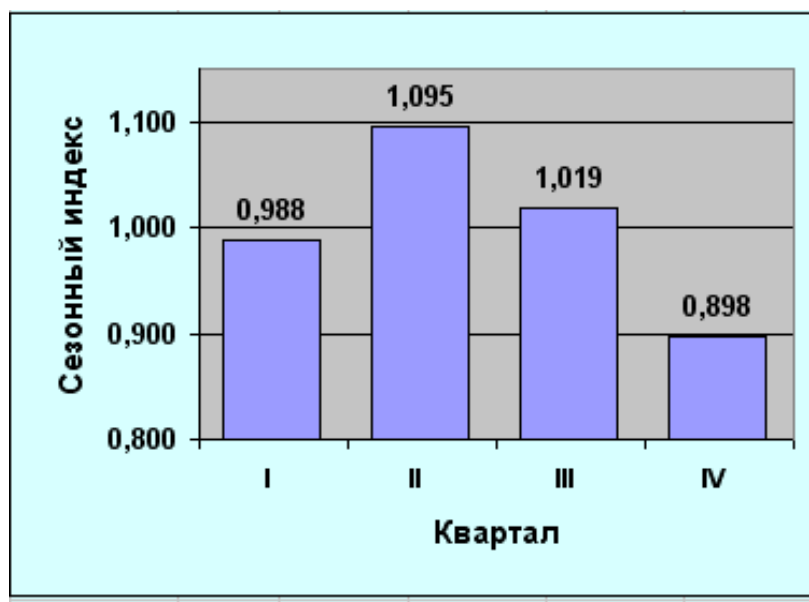


Рис.11. Поквартальное изменение сезонных индексов

Рис.11 иллюстрирует типичную картину сезонных колебаний в течение года. Представленный график надлежит понимать следующим образом. Сезонные индексы для рассматриваемой ситуации показывают, что объемы продаж металлопроката, как правило, достигают пика во втором квартале (на 9,5% выше среднегодового показателя, или так называемого типичного квартала). Затем они падают до минимума в четвертом квартале (на 10,2% ниже уровня типичного квартала), а затем снова повышаются вплоть до следующего второго квартала. И такая картина повторяется из года в год для данного исследуемого процесса.

### Поправка на сезонный фактор

*Поправка на сезонные колебания* устраняет из результатов измерения ожидаемый *сезонный компонент*. Это позволяет сравнивать один квартал или месяц с другим (после внесения поправки на сезон), выявляя тем самым те или иные скрытые тенденции.

Поясним сказанное следующим примером. Так, для розничной торговли декабрь является обычно наиболее благополучным месяцем. Если объем продаж в декабре оказывается выше по сравнению с объемом в ноябре, то это вполне *ожидаемый* результат. Но если объем продаж в декабре оказывается *выше* даже по сравнению с ожидаемыми показателями, это значит, что даже с учетом поправки на сезонные колебания продажи *существенно возросли*. Если же объем продаж в декабре оказался выше, чем в ноябре, но все же *меньше* ожидаемого, то можно говорить, что с поправкой на сезонные колебания декабрьские продажи на самом деле *снижаются*.

Для того чтобы найти некоторое значение с поправкой на сезонные колебания, достаточно разделить исходные данные на сезонный индекс для соответствующего месяца или квартала:

$$\text{Значение с поправкой на сезон} = \frac{\text{Исходные данные (ИД)}}{\text{Сезонный индекс}} = \frac{\text{Тр} \cdot \text{Сз} \cdot \text{Цк} \cdot \text{Сл}}{\text{СИН}} = \text{Тр} \cdot \text{Цк} \cdot \text{Сл}$$

Продолжим наши расчеты.

13. Укажем заголовки *СзИндекс*, *Тренд*, *Период* и *Прогноз* в ячейках J1:M1. Затем выделим ячейки I2:I5 и нажмем кнопку **Копировать** (или по-другому: щелкнем правой клавишей мышки и в появившемся контекстном меню выберем опцию **Копировать**). Выберем ячейку J2, щелкнем правой клавишей и укажем **Специальная вставка** в контекстном меню. В диалоговом окне **Специальная вставка** отметим **Вставить значения** и **Нет** в разделе **Операция**. Пункты **Пропускать пустые ячейки** и **Транспортировать** оставим выключенными. После чего – клавиша **ОК**.
14. Скопируем содержимое ячеек J2:J5 и вставим их в ячейки J6, J10 и J14. Получим столбец J, в котором периодически повторяются четыре числа – сезонные индексы (коэффициенты сезонности).
15. Выделим теперь ячейку K2 и введем формулу =C2/J2. При активизированной ячейке K2 щелкнем маркером заполнения и протянем его до позиции K13. Теперь в диапазоне K2:K13 будут находиться сезонно-скорректированные данные.
16. Отметим ячейки K2:K13, щелкнем правой клавишей и в контекстном меню повторим знакомую процедуру: **Специальная вставка/Вставить значения/Операция/Нет**. Проигнорируем пункты **Пустые ячейки** и **Транспортировать**, а затем – клавиша **ОК**.
17. При выделенных ячейках K2:K13 активизируем маркер заполнения и протащим его к ячейке K17. Результаты будут представлены в столбце K. В этом случае *Excel* дополнит ряд чисел K2:K17, используя линейный тренд (рис.12).

Прокомментируем выполненные процедуры на конкретном примере. Если обратиться к таблице на рис.12, то видно, что фактический объем продаж во втором квартале 2006 года составил 243,5 млн. руб. (см. ячейку C11), а сезонный индекс для этого же периода равнялся 1,095 (ячейка J11). Результат деления первого числа на второе, равный 222,4 млн. руб. (ячейка K11), составит объем продаж с поправкой на сезонные колебания.

Как видно, результат с поправкой на сезон оказался меньше фактического объема продаж. Дело в том, что объем продажи во втором квартале, как правило, выше по сравнению с типичным кварталом года. В сущности, мы заранее можем рассчитывать на то, что объем продаж во втором квартале будет примерно на 9,5% выше (исходя из сезонного индекса, равного 1,095). Деление на сезонный индекс нивелирует влияние этой ожидаемой сезонной

флуктуации. В результате объем продажи во втором квартале приводится в соответствие с типичным кварталом года (т.е. снижая его).

	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Продажи	Раньше_СС	Позже_СС	Цен_СС	Отнош	СрОтнош	Нормир	СезИндекс	Тренд	Периоды	Прогноз
2	131,6					0,973	0,988	0,988	133,2	1	
3	131,4					1,078	1,095	1,095	120,0	2	
4	127,1	127,1	131,7	129,4	0,982	1,003	1,019	1,019	124,7	3	
5	118,4	131,7	149,8	140,8	0,841	0,883	0,898	0,898	131,9	4	
6	149,9	149,8	168,6	159,2	0,942	3,937	4,000	0,988	151,7	5	
7	203,8	168,6	188,1	178,3	1,143			1,095	186,1	6	
8	202,3	188,1	207,0	197,5	1,024			1,019	198,5	7	
9	196,2	207,0	216,9	212,0	0,926			0,898	218,6	8	
10	225,7	216,9	232,8	224,9	1,004			0,988	228,4	9	
11	243,5	232,8	248,1	240,4	1,013			1,095	222,4	10	
12	265,7							1,019	260,7	11	
13	257,3							0,898	286,7	12	
14								0,988	287,1	13	283,7
15								1,095	302,2	14	331,0
16								1,019	317,4	15	323,5
17								0,898	332,5	16	298,5

Рис.12. Лист *Excel* с сезонными индексами и прогнозом

В следующем квартале (третьем, 2006 год) объем продажи с поправкой на сезонные колебания равняется  $265,7/1,019=260,7$ . Видно, что наблюдается повышение фактического объема продаж (с 243,5 во втором квартале до 265,7 в третьем, т.е. на 9,2%). Если же воспользоваться поправкой на сезон, то окажется, что объем продажи и в этом случае возрос, но более существенно – с 222,4 до 260,7, что составит 17,3%. Это говорит о том, что отмеченное нами повышение объема продаж на самом деле оказалось более серьезным, чем можно было ожидать для этого времени года.

Еще пример. Так, бросается в глаза значительное снижение объема продаж в четвертом квартале 2006 года (с 265,7 до 257,3 млн. руб., что составит -3,2%). Но если воспользоваться поправкой на сезон, то оказывается, что в этом квартале фиксируется вполне приличный рост (с 260,7 до 286,7 млн. руб., т.е. на 7,7%!).

Введение сезонной поправки, таким образом, позволяет получить более объективное представление о реальном поведении исследуемой зависимости. В нашем случае она показывает, что мы имеем дело с «настоящим» ростом объема продаж, а не просто с сезонным увеличением.

- Теперь нужно отобразить фактические значения продаж, сезонно-скорректированные продажи, а также линейную экстраполяцию на диаграмме. Для этого выделим ячейки C1:C17 и, удерживая клавишу Ctrl, отметим ячейки K2:K17. Запустим *Мастер диаграмм* и получим график, который показан на рис.13.

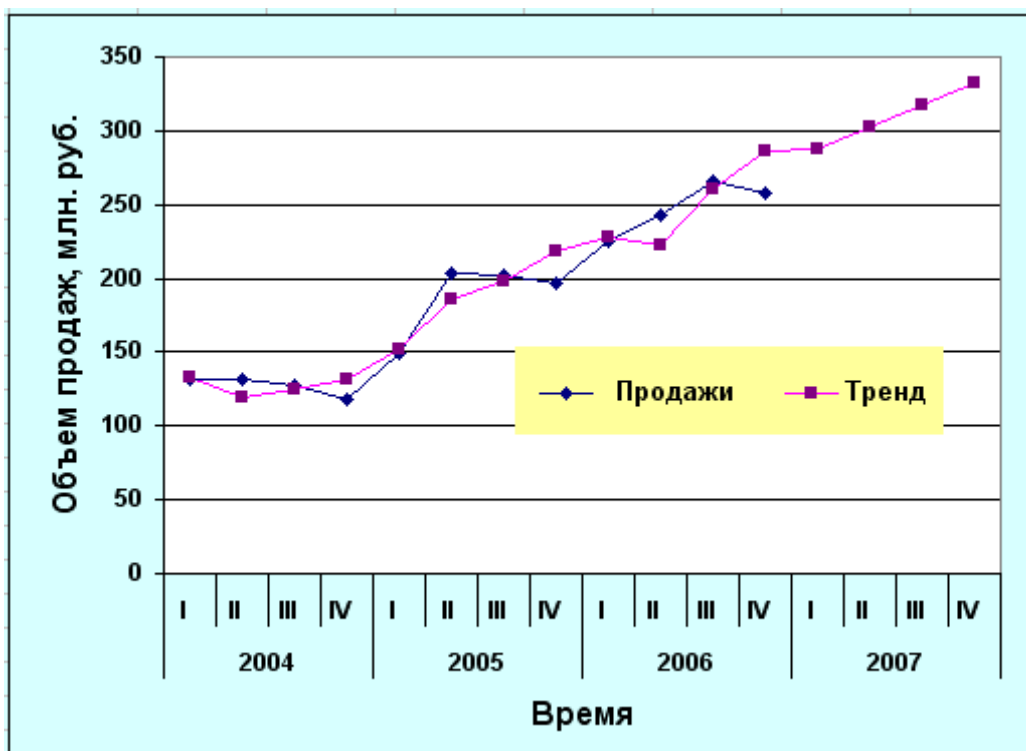


Рис.13. Экстраполяция сезонно-скорректированных значений продаж

Графическое представление объемов продаж с поправкой на сезонные колебания показывает, что динамический ряд оказывается более гладким, чем исходные данные, поскольку нам удалось избавиться от сезонных отклонений.

Итак, только сейчас, на этом этапе, удалось полностью «очистить» наши исходные данные от сезонного поведения. Вместе с тем сохраняется маскирующее воздействие на тренд других составляющих – цикличности и нерегулярности.

Продолжим анализ.

### Долгосрочный тренд и прогноз с поправкой на сезонность

Когда динамический ряд демонстрирует долгосрочную линейную тенденцию к нарастанию или снижению, для оценки этой тенденции и прогнозирования будущего можно воспользоваться регрессионным анализом.

Регрессионный анализ в этом случае сводится к следующему. Для прогнозирования ряда, в котором учитывается поправка на сезонность (переменная  $y$ ), используется период времени (переменная  $x$ ). Результирующее уравнение регрессии будет представлять долгосрочный тренд. Подставляя будущие временные периоды в качестве новых значений  $x$ , мы получим возможность экстраполировать эту долгосрочную тенденцию в будущее.

При описании временных рядов важно выбрать числа так, чтобы они были распределены равномерно. Этого можно добиться, если воспользовать-

ся числами 1, 2, 3, ... для представления непосредственно в виде номера временного периода (квартала или месяца).

Итак, дополним нашу таблицу (рис. 12) еще одной колонкой *Период*, где укажем в виде номеров (от 1 до 16) кварталы за весь анализируемый временной интервал, т.е. 2004-2007 годы.

Построим график. Для этого воспользуемся уже знакомыми командами (см. п. 1-7). Используем данные, расположенные в столбцах С, К и Л. Фактически получится график (рис. 14), аналогичный показанному ранее на рис.5. Отличие только в том, что в данном случае уравнение регрессии построено на основании данных, учитывающих сезонные колебания и рассматривающих более продолжительный временной интервал (четыре года, а не три). Зависимость, как и следовало ожидать, хорошо описывается линейной функцией и характеризуется более высокой достоверностью (коэффициент детерминации  $R^2$  близок к 1).

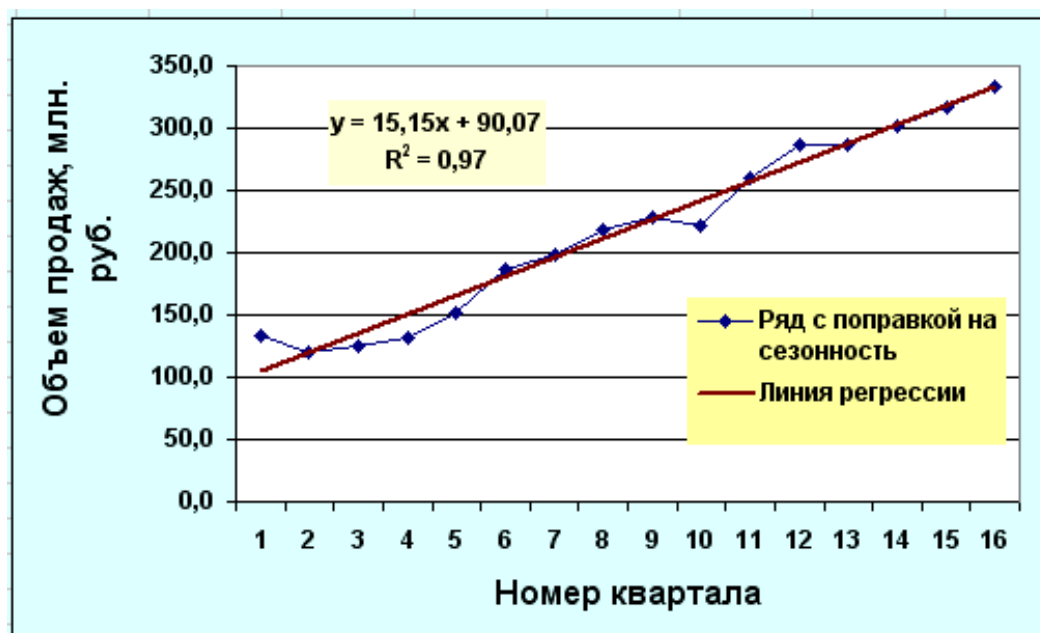


Рис.14. Тренд с учетом сезонности и линия регрессии

Таким образом, уравнение регрессии, построенное посредством метода наименьших квадратов, имеет следующий вид:

$$y=90,07+15,15x.$$

Оно показывает, что объемы продаж сортовой металлопродукции компании «Максимус» увеличиваются в среднем на 15,15 млн. руб. за квартал.

Этот долгосрочный тренд легко прогнозировать, подставляя в уравнение регрессии соответствующий временной период. Например, чтобы найти значение тренда для первого квартала 2007 года, нужно использовать значение  $x=13$ , которое будет представлять период времени, следующий за окон-

чанием нашего временного ряда. В этом случае прогноз будет иметь следующий вид:

$$y = 90,07 + 15,15 \cdot 13 = 287,01 \text{ млн. руб.}$$

В нашей основной таблице (рис. 11) представлены прогнозируемые значения (показатели долгосрочного тренда и его прогноз на один год вперед по отношению к имеющимся у нас данным).

Таким образом, линия тренда отражает поведение динамического ряда: с одной стороны, учитывается поправка на сезонные колебания, а с другой, благодаря экстраполяции определяется прогноз на будущее (с поправкой на сезонность).

### Прогноз: тренд с учетом сезонности

Для того чтобы в *полной мере* иметь возможность *прогнозировать будущее*, нужно учесть *сезонность в долгосрочном тренде*. Иначе говоря, следует *вернуть* ему *ожидаемую сезонную изменчивость*. Для этого достаточно умножить значение тренда на значение сезонного индекса для того периода времени, который подлежит прогнозу. Фактически этот процесс является обратным по отношению к внесению поправки на сезонные колебания.

Результирующий прогноз включает долгосрочный тренд и сезонную вариацию:

$$\text{Прогноз} = \text{Тр} \cdot \text{СИн}$$

Чтобы предсказать объёмы продаж компании «Максимус» за первый квартал 2007 года, достаточно умножить значение тренда, равное 287,1 (вычисляется с помощью уравнения регрессии для 13-го временного периода), на сезонный индекс для первого квартала, равный 0,988:

$$287,1 \cdot 0,988 = 283,7 \text{ млн. руб.}$$

Мы проделали такую рутинную операцию, чтобы было понятно, каким образом получились прогнозные показатели. А теперь проделаем это же самое, используя возможности *Excel*.

19. Совместим сезонный компонент и тренд в прогнозе. Для этого выделим в колонке **Прогноз** ячейку M14 и введем формулу = **J14\*K14**. Затем при выделенной ячейке M14 дважды щелкнем маркером заполнения – итоговые данные можно видеть на рис. 12. Тем самым получим прогнозные данные на год вперед (на 2007-й) по отношению к имеющимся данным.
20. Перейдем к заключительному этапу – построим график, иллюстрирующий наши фактические данные по поводу продаж и, самое главное,



взгляд в будущее, т.е. долгожданный прогноз. Выделим ячейки C1:C17 и, удерживая нажатой клавишу Ctrl, отметим диапазон L1:L17. Затем запустим *Мастер диаграмм* и далее в привычном режиме Итоговый результат можно видеть на рис. 15.

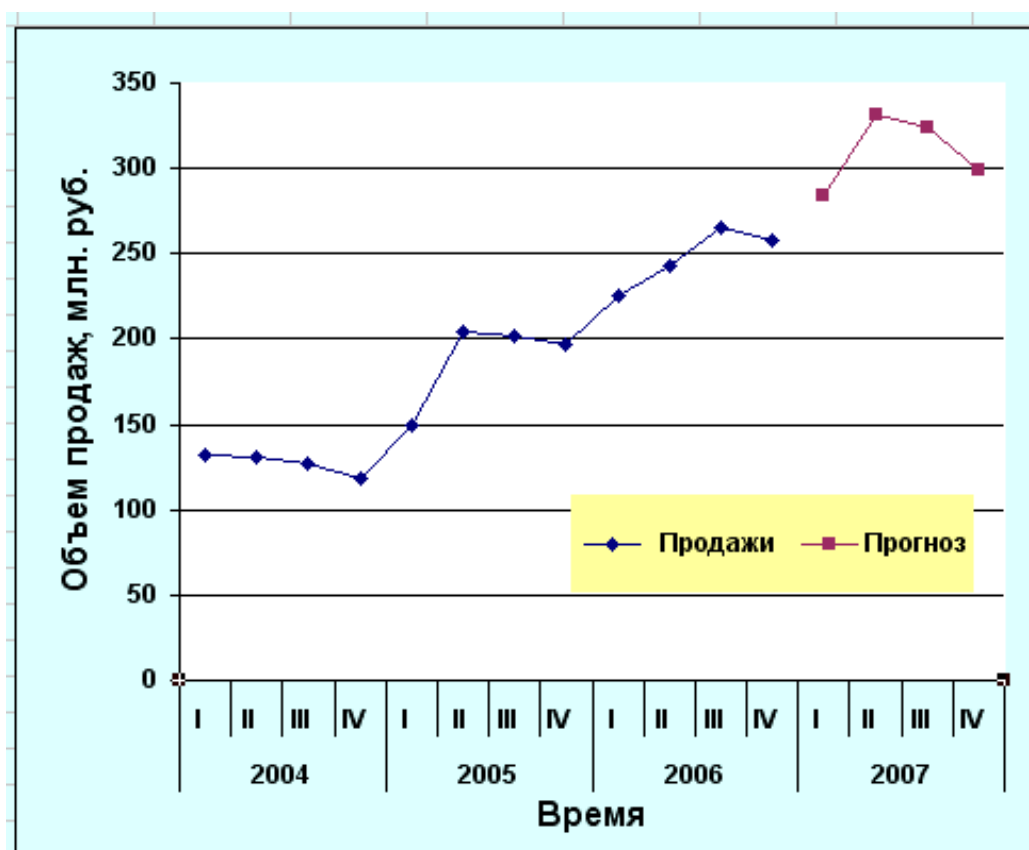


Рис.15. Фактические данные объема продаж и результаты прогнозирования

Таким образом, на рис. 15 показано, как этот тренд, учитывающий сезонность, отражает анализируемый нами ряд и продолжается (путем экстраполяции) вправо, обеспечивая достаточно надежные прогнозы, включающие ожидаемое сезонное падение объёмов продаж.

Итак, на этом наше исследование закончено. Полагаем, что руководство компании надлежащим образом оценило усердие и способности Маши Хорошевой и прозрачно намекнуло на желательность иметь в своем штате такого полезного сотрудника...

И последнее. Напомним, что практически все прогнозы не очень-то достоверны. В конце концов, нерегулярный компонент невозможно предсказать по определению.

Однако положительная роль прогнозов заключается хотя бы в том, что они позволяют выявить долгосрочные тенденции нарастания (или убывания), а также повторяющиеся сезонные колебания. В нашем случае было бы заманчиво провести сравнения между фактическими значениями объемов продаж в 2007 году с тем, что дает прогноз. Тогда можно будет достаточно определенно судить о надежности наших прогнозных предсказаний.

### *Библиографический список*

1. Сигал Э. Практическая бизнес-статистика / Э.Сигал. М. : Издательский дом "Вильямс", 2002. 1056 с.
2. Макарова Н. В. Статистика в *Excel* : учебное пособие / Н. В. Макарова, В.Я. Трофимец. М. : Финансы и статистика, 2002. 192 с.
3. Мидлтон М.Р. Анализ статистических данных с использованием *Microsoft Excel* для *Office XP*. / М.Р. Мидлтон. М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. 296 с.
4. Нельсон С. Анализ данных в *Excel* для «чайников»/ С.Нельсон. М. : Издательский дом «Вильямс», 2002. 302 с.

*Учебное издание*

**Статистические методы изучения  
динамических процессов**

**БАРАЗ Владислав Рувимович**

Редактор *И. Г. Южакова*  
Компьютерная верстка *авторская*

ИД № 06263 от 12.11.2001 г.

---

Подписано в печать 12.09.2007		Формат 60 × 84 1/16
Бумага типографская	Офсетная печать	Усл.печ.л. 1,51
Уч.-изд.л. 1,7	Тираж 50	Заказ

---

Редакционно-издательский отдел УГТУ-УПИ  
620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 19  
Ризография НИЧ УГТУ-УПИ  
620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 19