

**Федеральное агентство по образованию  
ГОУ ВПО "Уральский государственный технический университет – УПИ"**

# **Электротехника: Трехфазные электрические цепи**

**Учебное пособие**

**В.С. Проскуряков, С.В. Соболев, Н.В. Хрулькова**

**Кафедра "Электротехника и электротехнологические системы"**

**Екатеринбург 2007**

# Оглавление

- 1. Основные понятия и определения**
- 2. Получение трехфазной системы ЭДС.**
- 3. Способы соединения фаз в трехфазной цепи.**
- 4. Напряжения трехфазного источника.**
- 5. Классификация приемников в трехфазной цепи.**
- 6. Расчет трехфазной цепи при соединении фаз приемника «Звездой»**
- 7. Значение нейтрального провода**
- 8. Расчет трехфазной цепи при соединении фаз приемника «треугольником»**
- 9. Мощность трехфазной цепи**

# Трехфазные электрические цепи.

## 1. Основные понятия и определения

Трехфазная цепь – это совокупность трех электрических цепей, в которых действуют синусоидальные ЭДС, одинаковые по амплитуде и частоте, сдвинутые по фазе одна от другой на угол  $\frac{2\pi}{3} = 120^\circ$  и создаваемые общим источником энергии.

Каждую отдельную цепь, входящую в трехфазную цепь принято называть фазой.

Таким образом, термин "фаза" имеет в электротехнике два значения: первое – аргумент синусоидально изменяющейся величины, второе – часть многофазной системы электрических цепей.

Трехфазная цепь является частным случаем многофазных систем переменного тока.

Широкое распространение трехфазных цепей объясняется рядом их преимуществ по сравнению как с однофазными, так и с другими многофазными цепями:

- экономичность производства и передачи энергии по сравнению с однофазными цепями;
- возможность сравнительно простого получения кругового вращающегося магнитного поля, необходимого для трехфазного асинхронного двигателя;
- возможность получения в одной установке двух эксплуатационных напряжений – фазного и линейного.

Каждая фаза трехфазной цепи имеет стандартное наименование:

первая фаза – фаза "А";  
 вторая фаза – фаза "В";  
 третья фаза – фаза "С".

Начала и концы каждой фазы также имеют стандартные обозначения. Начала первой, второй и третьей фаз обозначаются соответственно А, В, С, а концы фаз – X, Y, Z.

Основными элементами трехфазной цепи являются: трехфазный генератор, преобразующий механическую энергию в электрическую; линии электропередач; приемники (потребители), которые могут быть как трехфазными (например, трехфазные асинхронные двигатели), так и однофазными (например, лампы накаливания).

## 2. Получение трехфазной системы ЭДС.

Трехфазный генератор создает одновременно три ЭДС, одинаковые по величине и отличающиеся по фазе на  $120^\circ$ .

Получение трехфазной системы ЭДС основано на принципе электромагнитной индукции, используемом в трехфазном генераторе. Трехфазный генератор представляет собой синхронную электрическую машину. Простейшая конструкция такого генератора изображена на рис. 3.1.

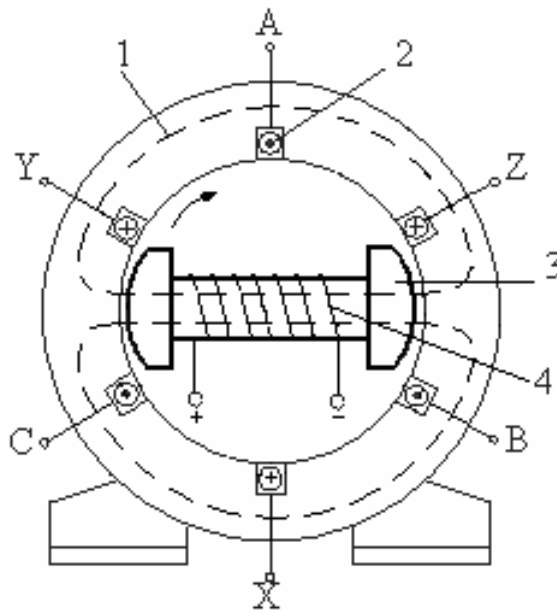


Рис. 3.1. Схема устройства трехфазного генератора

На статоре 1 генератора размещается трехфазная обмотка 2. Каждая фаза трехфазной обмотки статора представляет собой совокупность нескольких катушек с определенным количеством витков, расположенных в пазах статора. На рис. 3.1 каждая фаза условно изображена одним витком. Три фазы обмотки статора генератора повернуты в пространстве друг относительно друга на  $1/3$  часть окружности, т.е. магнитные оси фаз повернуты в пространстве на угол  $\frac{2\pi}{3} = 120^\circ$ . Начала фаз обозначены буквами А, В и С, а концы — Х, Y, Z.

Ротор 3 генератора представляет собой постоянный электромагнит, возбуждаемый постоянным током обмотки возбуждения 4. Ротор создает постоянное магнитное поле, силовые линии которого показаны на рис.3.1 пунктиром. При работе генератора это магнитное поле вращается вместе с ротором.

При вращении ротора турбиной с постоянной скоростью происходит пересечение проводников обмотки статора с силовыми линиями магнитного поля. При этом в каждой фазе индуцируется синусоидальная ЭДС.

Величина этой ЭДС определяется интенсивностью магнитного поля ротора и количеством витков в обмотке.

Частота этой ЭДС определяется частотой вращения ротора.

Поскольку все фазы обмотки статора одинаковы (имеют одинаковое количество витков) и взаимодействуют с одним и тем же магнитным полем вращающегося ротора, то ЭДС всех фаз имеют одинаковую амплитуду  $E_m$  и частоту  $\omega$ .

Но, так как магнитные оси фаз в пространстве повернуты на угол  $\frac{2\pi}{3} = 120^\circ$ , начальные фазы их ЭДС отличаются на угол  $\frac{2\pi}{3}$ .

Примем начальную фазу ЭДС фазы А, равной нулю, то есть  $\psi_{e_A} = 0$ ,

тогда 
$$e_A = E_m \sin \omega t . \quad (3.1)$$

ЭДС фазы В отстает от ЭДС фазы А на  $\frac{2\pi}{3}$  :

$$e_B = E_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) = E_m \sin(\omega t - 120). \quad (3.2)$$

ЭДС фазы С отстает от ЭДС фазы В еще на  $\frac{2\pi}{3}$  :

$$e_C = E_m \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) = E_m \sin(\omega t - 240). \quad (3.3)$$

Действующее значение ЭДС всех фаз одинаковы:

$$E_A = E_B = E_C = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = E . \quad (3.4)$$

Трехфазная симметричная система ЭДС может изображаться тригонометрическими функциями, функциями комплексного переменного, графиками на временных диаграммах, векторами на векторных диаграммах.

Аналитическое изображение тригонометрическими функциями приведено в (3.1) – (3.3).

В комплексном виде ЭДС фаз изображаются их комплексными действующими значениями:

$$\dot{E}_A = E e^{j0^0} = E; \dot{E}_B = E e^{-j120^0}; \dot{E}_C = E e^{-j240^0} \quad (3.5)$$

Графики мгновенных значений трехфазной симметричной системы ЭДС на временной диаграмме показаны на рис. 3.2. Они представляют из себя три синусоиды, сдвинутые друг относительно друга на  $1/3$  часть периода.

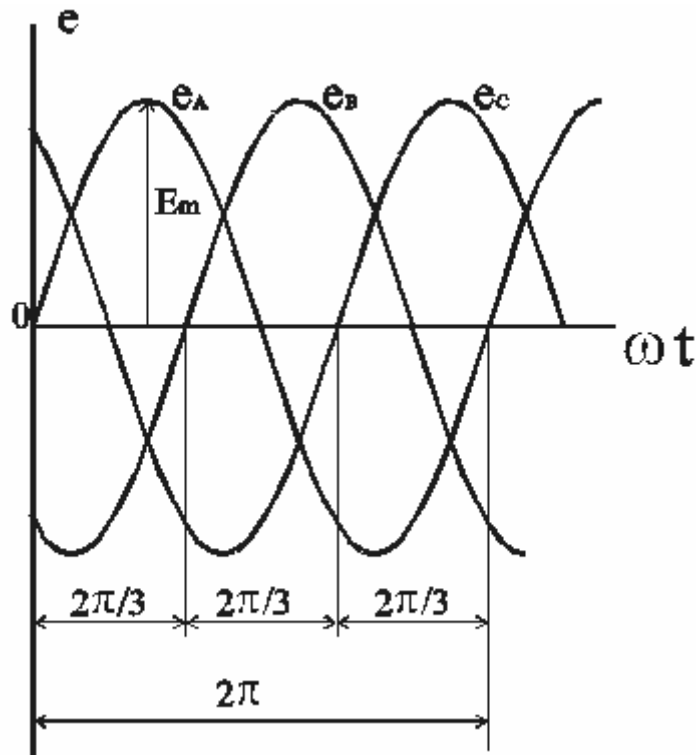


Рис. 3.2. Графики мгновенных значений трехфазной симметричной системы ЭДС.

На векторной диаграмме ЭДС фаз изображаются векторами одинаковой длины, повернутыми друг относительно друга на угол  $120^\circ$  (рис.3.3а).

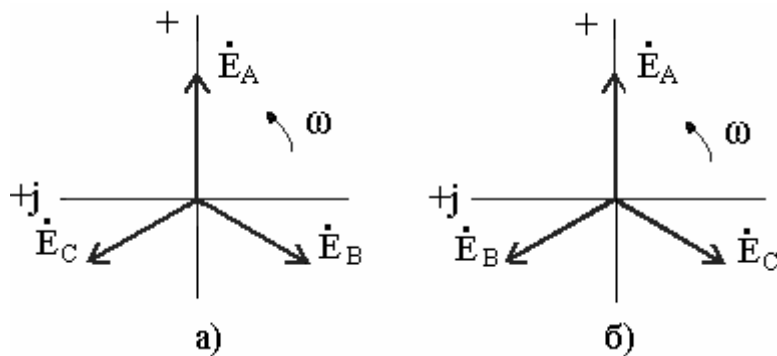


Рис. 3.3. Векторные диаграммы ЭДС трехфазных симметричных систем. (а – прямая последовательность фаз; б – обратная последовательность фаз).

Так как ЭДС индуктированные в обмотках статора имеют одинаковые амплитуды и сдвинуты по фазе относительно друг друга на один и тот же угол  $120^\circ$ , полученная трехфазная система ЭДС является симметричной.

Следует отметить, что чередование во времени фазных ЭДС зависит от направления вращения ротора генератора относительно трехфазной обмотки статора. При вращении ротора по часовой стрелке, как показано на рис.3.1, полученная симметричная трехфазная система ЭДС имеет *прямое* чередование (А – В – С) (рис.3.3а). При вращении ротора против часовой стрелки образуется также симметричная трехфазная система ЭДС. Однако чередование фазных ЭДС во времени изменится. Такое чередование называется *обратным* (А – С – В) (рис.3.3б).

Чередование фазных ЭДС важно учитывать при анализе трехфазных цепей и устройств. Например, последовательность фаз определяет направление вращения трехфазных двигателей, и т.п. Для практического определения последовательности фаз используются специальные приборы – *фазоуказатели*.

По умолчанию при построении трехфазных цепей и их анализе принимается прямое чередование фазных ЭДС трехфазного источника.

На схемах обмотку статора генератора изображают как показано на рис. 3.4а с использованием принятых обозначений начал и концов фаз.

На схеме замещения трехфазный источник представлен тремя идеальными источниками ЭДС (рис.3.4б)

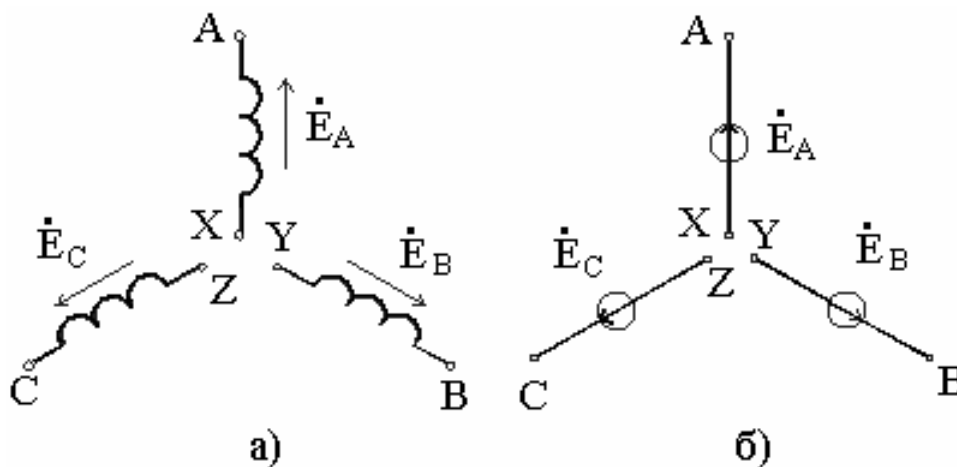


Рис. 3.4. Условное изображение обмотки статора генератора.

За условное положительное направление ЭДС в каждой фазе принимают направление от конца фазы к началу.

### 3. Способы соединения фаз в трехфазной цепи.

Для построения трехфазной цепи к каждой фазе трехфазного источника присоединяется отдельный приемник электроэнергии, либо одна фаза трехфазного приемника.

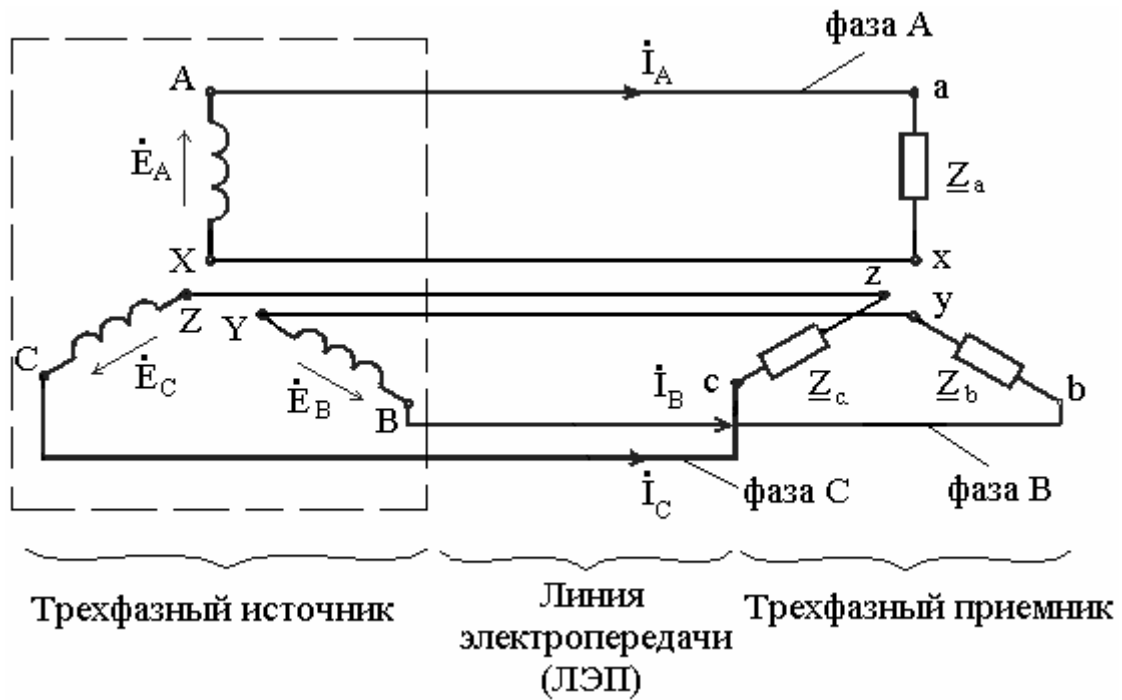


Рис.3.5 Схема несвязанной трехфазной цепи.

Здесь трехфазный источник представлен тремя идеальными источниками ЭДС  $\dot{E}_A, \dot{E}_B, \dot{E}_C$ . Три фазы приемника представлены условно идеальными элементами с полными комплексными сопротивлениями  $Z_a, Z_b, Z_c$ . Каждая фаза приемника подсоединяется к соответствующей фазе источника, как показано на рис. 3.5. При этом образуются три электрические цепи, объединенные конструктивно одним трехфазным источником, т.е. трехфазная цепь. В этой цепи три фазы объединены лишь конструктивно и не имеют между собой электрической связи (электрически не связаны между собой). Такая цепь называется несвязанной трехфазной цепью и практически не используется.

На практике три фазы трехфазной цепи соединены между собой (электрически связаны).

Существуют различные способы соединения фаз трехфазных источников и трехфазных потребителей электроэнергии. Наиболее распространенными являются соединения "звезда" и "треугольник". При этом способ соединения фаз источников и фаз потребителей в трехфазных системах могут быть различными. Фазы источника обычно соединены "звездой", фазы потребителей соединяются либо "звездой", либо "треугольником".

При соединении фаз обмотки генератора (или трансформатора) "звездой" их концы  $X, Y$  и  $Z$  соединяют в одну общую точку  $N$ , называемую нейтральной точкой (или нейтралью) (рис. 3.6). Концы фаз приемников  $x, y, z$  также соединяют в одну точку  $n$  (нейтральная точка приемника). Такое соединение называется соединением "звезда".

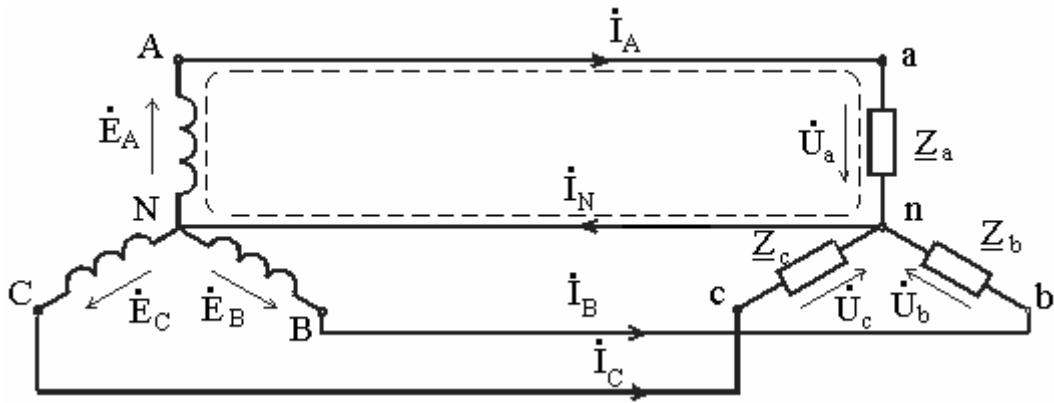


Рис. 3.6. Схема соединения фаз источника и приемника в звезду.

Провода  $A-a$ ,  $B-b$  и  $C-c$ , соединяющие начала фаз генератора и приемника, называются линейными проводами (линейный провод А, линейный провод В, линейный провод С). Провод  $N-n$ , соединяющий точку  $N$  генератора с точкой  $n$  приемника, называют нейтральным проводом.

Здесь по-прежнему каждая фаза представляет собой электрическую цепь, в которой приемник подключен к соответствующей фазе источника посредством нейтрального провода и одного из линейных проводов (пунктир на рис.3.6). Однако, в отличие от несвязанной трехфазной цепи, в линии передачи используется меньшее количество проводов. Это определяет одно из преимуществ трехфазных цепей – экономичность передачи энергии.

При соединении фаз трехфазного источника питания треугольником (рис. 3.12) конец  $X$  одной фазы соединяется с началом  $B$  второй фазы, конец  $Y$  второй фазы – с началом  $C$  третьей фазы, конец третьей фазы  $Z$  – с началом первой фазы  $A$ . Начала  $A$ ,  $B$  и  $C$  фаз подключаются с помощью трех проводов к трем фазам приемника, также соединенным способом "треугольник".

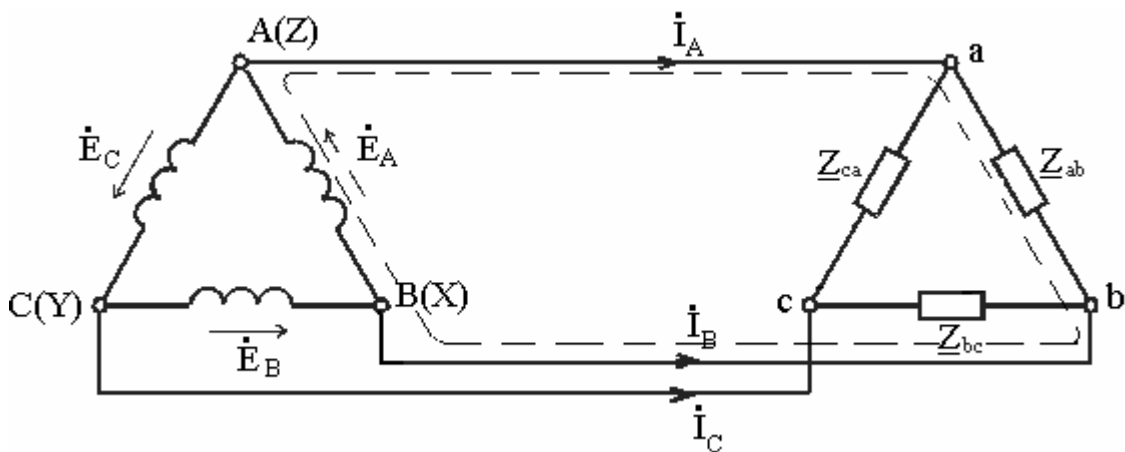


Рис. 3.7. Схема соединения фаз источника и приемника в треугольник

Здесь также каждая фаза представляет собой электрическую цепь, в которой приемник подключен к соответствующей фазе источника посредством двух линейных проводов (пунктир на рис.3.7). Однако в линии передачи используется еще меньшее количество проводов. Это делает передачу электроэнергии еще более экономичной

При способе соединения "треугольник" фазы приемника именуют двумя символами в соответствии с линейными проводами, к которым данная фаза подключена: фаза "ab", фаза "bc", фаза "ca". Параметры фаз обозначают соответствующими индексами:  $\underline{Z}_{ab}, \underline{Z}_{bc}, \underline{Z}_{ca}$

#### 4. Напряжения трехфазного источника.

Трехфазный источник, соединенный способом "звезда", создает две трехфазные системы напряжения разной величины. При этом различают фазные напряжения и линейные напряжения.

На рис.3.8 показана схема замещения трехфазного источника, соединенного "звездой" и присоединенного к линии электропередачи.



Рис.3.8. Схема замещения трехфазного источника

Фазное напряжение  $U_\phi$  – напряжение между началом и концом фазы или между линейным проводом и нейтралью ( $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ ). За условно положительные направления фазных напряжений принимают направления от начала к концу фаз.

Линейное напряжение ( $U_L$ ) – напряжение между линейными проводами или между началами фаз ( $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ ). Условно положительные направления линейных напряжений приняты от точек соответствующих первому индексу, к точкам соответствующим второму индексу (то есть, от точек с более высоким потенциалом к точкам с более низким) (рис. 3.8).

Внутреннее сопротивление фаз генератора (источника) очень мало и им можно пренебречь. Тогда можно записать:

$$\dot{E}_A = \dot{U}_A; \quad \dot{E}_B = \dot{U}_B; \quad \dot{E}_C = \dot{U}_C; \quad (3.6)$$

Т.е. фазные напряжения определяются значениями фазных ЭДС.

$$\dot{U}_A = U_\phi e^{j0^\circ}; \quad \dot{U}_B = U_\phi e^{-j120^\circ}; \quad \dot{U}_C = U_\phi e^{-j240^\circ} \quad (3.7)$$

На векторной диаграмме они обозначаются теми же векторами, что и ЭДС (рис.3.9).

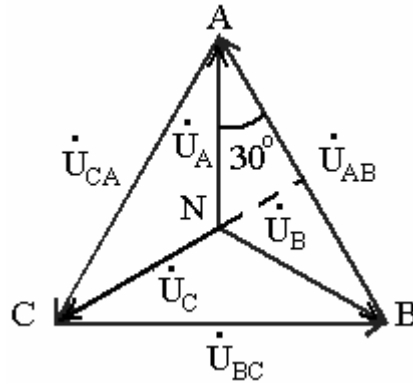


Рис. 3.9. Топографическая векторная диаграмма напряжений трехфазного генератора

Если принять потенциал нейтрали генератора  $\varphi_N = 0$ , то потенциалы начал фаз будут равны фазным напряжениям источника:

$$\dot{U}_A = \varphi_A - \varphi_N = \varphi_A; \quad \dot{U}_B = \varphi_B - \varphi_N = \varphi_B; \quad \dot{U}_C = \varphi_C - \varphi_N = \varphi_C .$$

Тогда линейные напряжения равны разности фазных напряжений источника:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= \varphi_A - \varphi_B = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \quad \dot{U}_{BC} = \varphi_B - \varphi_C = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \\ \dot{U}_{CA} &= \varphi_C - \varphi_A = \dot{U}_C - \dot{U}_A . \end{aligned} \quad (3.8)$$

По уравнениям (3.7) и (3.8) построим топографическую векторную диаграмму (рис.3.9).

Каждой точке этой диаграммы соответствует определенная точка цепи. Вектор, проведенный между двумя точками топографической диаграммы, изображает по величине и фазе напряжения между соответствующими точками цепи.

Из векторной диаграммы видно, что при симметричной системе фазных напряжений система линейных напряжений тоже симметрична, т.е. линейные напряжения равны по величине

$$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} \quad (3.9)$$

и сдвинуты по фазе относительно друг друга на  $120^\circ$ .

Соотношение по величине между линейным и фазным напряжениями легко определить по диаграмме (рис.3.9) из треугольника ANB.

$$U_{AB} = 2U_A \cos 30^\circ = \sqrt{3}U_A$$

или

$$U_L = \sqrt{3}U_\phi, \quad U_\phi = \frac{U_L}{\sqrt{3}} \quad (3.10)$$

Например, ГОСТ определяет следующие величины линейных и фазных напряжений для силовых цепей низкого напряжения:

$$U_L = 660 \text{ В}; U_\phi = 380 \text{ В};$$

$$U_L = 380 \text{ В}; U_\phi = 220 \text{ В};$$

$$U_L = 220 \text{ В}; U_\phi = 127 \text{ В}.$$

Номинальным напряжением в трехфазных цепях считается линейное напряжение.

Два напряжения источника  $U_L$  и  $U_\phi$  можно использовать только при выведенной нейтрали, то есть в четырехпроводной цепи.

## 5. Классификация приемников в трехфазной цепи.

Приемники, включаемые в трехфазную цепь, могут быть либо однофазными, либо трехфазными. К однофазным приемникам относятся электрические лампы накаливания и другие осветительные приборы, различные бытовые приборы, однофазные двигатели и т.д. К трехфазным приемникам относятся трехфазные асинхронные двигатели и индукционные печи. Причем, способ соединения фаз приемника не зависит от способа соединения фаз трехфазного генератора.

Приемники делятся на

- *симметричные*

$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = Ze^{j\varphi} \quad (3.11)$$

Комплексные сопротивления фаз трехфазных приемников равны между собой.

- *несимметричные*

$$\underline{Z}_a \neq \underline{Z}_b \neq \underline{Z}_c \neq Ze^{j\varphi} \quad (\text{в общем случае}).$$

Комплексные сопротивления фаз трехфазных приемников разные.

## 6. Расчет трехфазной цепи при соединении фаз приемника «Звездой»

Схема замещения трехфазной цепи при соединении фаз приемника «Звездой» приведена на рис.3.10. Здесь симметричный трехфазный источник представлен его зажимами А, В, С, N. К зажимам источника с помощью проводов линии передачи присоединены три фазы приемника, соединенные между собой способом «звезда».

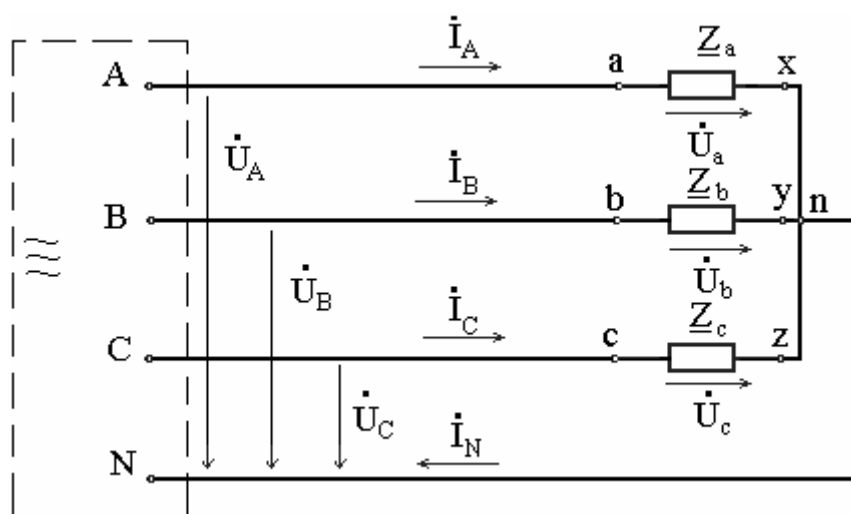


Рис.3.10. Трехфазная цепь при соединении фаз приемника «звезда»

Задача расчета трехфазной цепи состоит в определении фазных и линейных токов при заданных напряжении трехфазного источника и сопротивлениях фаз приемника.

Фазными токами ( $I_a, I_b, I_c$ ) называют токи в каждой фазе приемника. Положительное направление фазных токов принимают от начала к концу фазы в соответствии с фазными напряжениями.

Линейные токи – токи в линейных проводах ( $I_A, I_B, I_C$ ). Положительное направление линейных токов принимают от источника к приемнику.

Как видно в схеме на рис. 3.10, при соединении фаз "звездой" линейные токи равны фазным.

При соединении фаз приемника «звездой» возникает ток в нейтральном проводе  $I_n$ , положительное направление которого принимают от приемника к источнику.

Рассмотрим четырехпроводную цепь с симметричной системой напряжений и несимметричной нагрузкой, когда  $\underline{Z}_a \neq \underline{Z}_b \neq \underline{Z}_c$ .

Фазные напряжения приемника при включенном нейтральном проводе будут равны фазным напряжениям источника, то есть

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A; \dot{U}_b = \dot{U}_B; \dot{U}_c = \dot{U}_C.$$

Ток в фазах приемника можно определить по закону Ома для каждой фазы:

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{\underline{Z}_a}; \dot{I}_b = \frac{\dot{U}_b}{\underline{Z}_b}; \dot{I}_c = \frac{\dot{U}_c}{\underline{Z}_c}, \quad (3.12)$$

а значение тока в нейтральном проводе определяется первым законом Кирхгофа для нейтральной точки n:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c \quad (3.13)$$

Векторная диаграмма при несимметричной нагрузке приведена на рис.3.11. На векторной диаграмме построены векторы линейных и фазных напряжений, векторы фазных токов и вектор тока в нейтральном проводе в предположении, что приемник в общем случае несимметричный и каждая фаза приемника имеет активно-индуктивный характер. Ток нейтрального провода определяется суммой фазных токов в соответствии с (3.13).

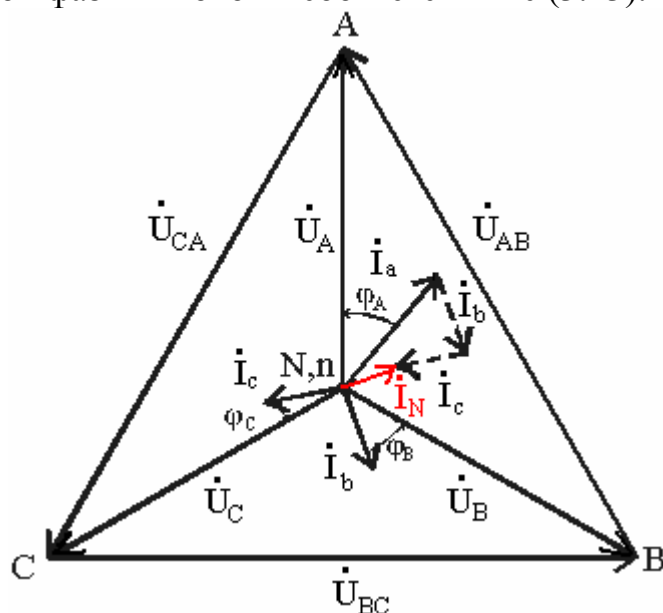


Рис. 3.11. Векторная диаграмма при соединении трехфазного приемника "звездой"

### Особенности симметричного приемника, соединенного "звездой"

Построим векторную диаграмму напряжений и токов (рис.3.12). Примем сопротивление каждой фазы равным  $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = Ze^{j\varphi} = R + jX_L$  (активно – индуктивный приемник,  $\varphi > 0$ ).

Ток каждой фазы отстает на угол  $\varphi$  от соответствующего фазного напряжения и имеет одинаковую величину.

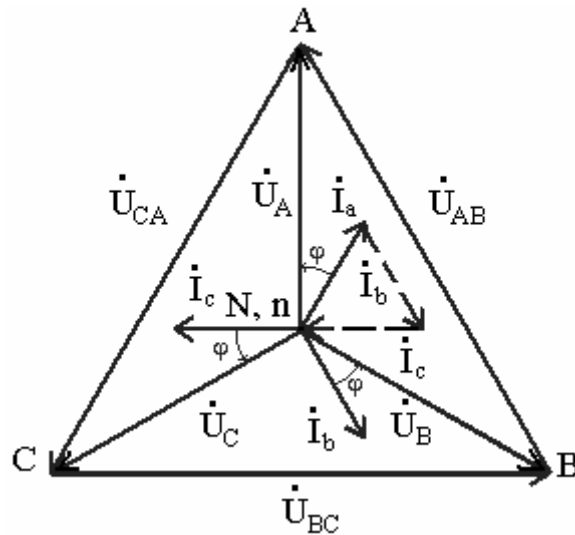


Рис. 3.12. Векторная диаграмма напряжений и токов при соединении фаз симметричного приемника в звезду.

Ток в нейтральном проводе в соответствии с (3.13)  $\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c$ . Сложив векторы фазных токов, получаем  $\dot{I}_N = 0$ . Следовательно **при соединении в звезду фаз симметричного приемника нейтральный провод не оказывает влияния на работу цепи и может быть исключен**. Т.е. при симметричном приемнике может использоваться трехпроводная трехфазная цепь.

Трехфазная цепь при соединении приемника "звездой" без нейтрального провода называется трехпроводной (условное обозначение такого соединения – (Y)). Трехфазная цепь с нейтральным проводом называется четырехпроводной цепью (Y).

## 7. Значение нейтрального провода

Рассмотрим схему четырехпроводной трехфазной цепи (рис. 3.13).

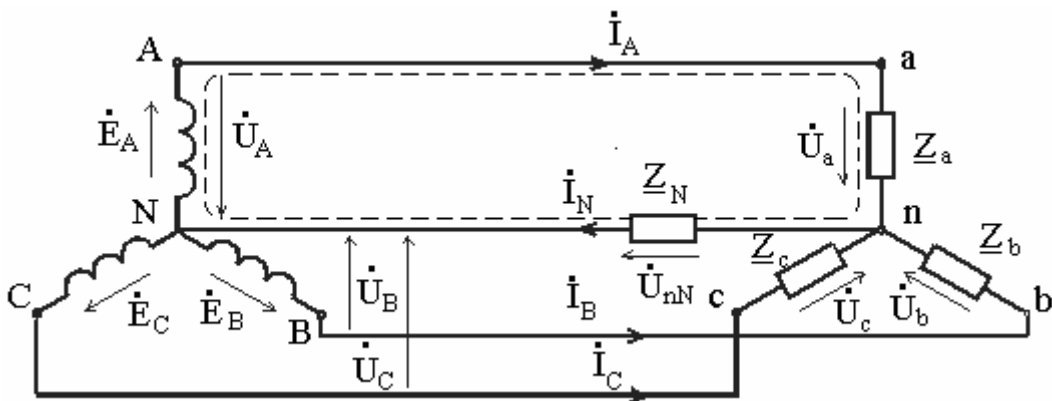


Рис. 3.13. Схема соединения фаз источника и приемника в звезду.

При достаточной протяженности нейтрального провода он обладает существенным сопротивлением, которое оказывает определенное влияние на работу цепи. Это учтено в схеме введением в нейтральный провод резистора с сопротивлением нейтрального провода  $\underline{Z}_N$ . При появлении тока в нейтральном проводе это сопротивление обуславливает дополнительное напряжение  $\dot{U}_{nN}$ , которое искажает напряжения фаз приемника.

На основании II закона Кирхгофа для контура фазы А, обозначенного пунктиром можно записать

$$-\dot{U}_A + \dot{U}_a + \dot{U}_{nN} = 0$$

Для двух других фаз можно записать аналогичные уравнения, из которых получим:

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_{nN}; \dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{nN}; \dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{nN}. \quad (3.14)$$

Фазные напряжения источника образуют симметричную систему [см. уравнение (3.7)]. Очевидно, что при этом фазные напряжения приемника несимметричны.

Напряжение  $\dot{U}_{nN}$  между нейтралями приемника и источника согласно методу узлового напряжения

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{E}_A \underline{Y}_a + \dot{E}_B \underline{Y}_b + \dot{E}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_N}$$

где  $\underline{Y}_a = \frac{1}{\underline{Z}_a}$ ;  $\underline{Y}_b = \frac{1}{\underline{Z}_b}$ ;  $\underline{Y}_c = \frac{1}{\underline{Z}_c}$  – комплексные проводимости фаз приемника;

$\underline{Y}_N = \frac{1}{\underline{Z}_N}$  – комплексная проводимость нейтрального провода.

Поскольку в соответствии с (3.6) напряжения фаз источника равны их ЭДС, то выражение для  $\dot{U}_{nN}$  примет вид

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_a + \dot{U}_B \underline{Y}_b + \dot{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_N}. \quad (3.15)$$

При небольшом сопротивлении нейтрального провода проводимость  $Y_N$  можно принять равной бесконечности. Тогда напряжение  $U_{nN} = 0$ , т.е. фазные напряжения приемника не искажаются и остаются симметричными, равными фазным напряжениям источника. С возрастанием сопротивления нейтрального провода напряжение  $U_{nN}$  также возрастает и фазные напряжения приемника искажаются в соответствии с (3.14).

Зная фазные напряжения приемника, можно определить ток в каждой

фазе

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{\underline{Z}_a}; \dot{I}_b = \frac{\dot{U}_b}{\underline{Z}_b}; \dot{I}_c = \frac{\dot{U}_c}{\underline{Z}_c}, \quad (3.16)$$

а значение тока в нейтральном проводе

$$\dot{I}_N = \frac{\dot{U}_{nN}}{\underline{Z}_N} = \underline{Y}_N \dot{U}_{nN} \quad (3.17)$$

или в соответствии с первым законом Кирхгофа

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C. \quad (3.18)$$

### ***Роль нейтрального провода при симметричном приемнике***

При симметричном приемнике сопротивления и проводимости фаз одинаковы:

$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z}_\phi = Z_\phi e^{\pm j\varphi} \quad \text{или} \quad \underline{Y}_a = \underline{Y}_b = \underline{Y}_c = \underline{Y}_\phi \quad (3.19)$$

В этом случае

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\underline{Y}_\phi (\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C)}{3\underline{Y}_\phi + \underline{Y}_N} = 0.$$

Сумма фазных напряжений симметричного источника:  $\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0$  и, следовательно,  $\dot{I}_N = 0$ .

Кроме того, так как  $\dot{U}_{nN} = 0$ , то из выражения (3.14) следует, что

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A; \dot{U}_b = \dot{U}_B; \dot{U}_c = \dot{U}_C. \quad (3.20)$$

Т.е. при симметричном приемнике, соединенном "звездой", нейтральный провод не оказывает влияния на его работу. При этом остается справедливым соотношение  $\dot{U}_L = \sqrt{3}\dot{U}_\phi$ ,  $\dot{U}_\phi = \dot{U}_L / \sqrt{3}$ , полученное ранее для трехфазного генератора.

### ***Трехпроводная электрическая цепь при несимметричном приемнике, соединенном "звездой"***

Схема соединения источника и приемника звездой без нейтрального провода приведена на рис. 3.14.

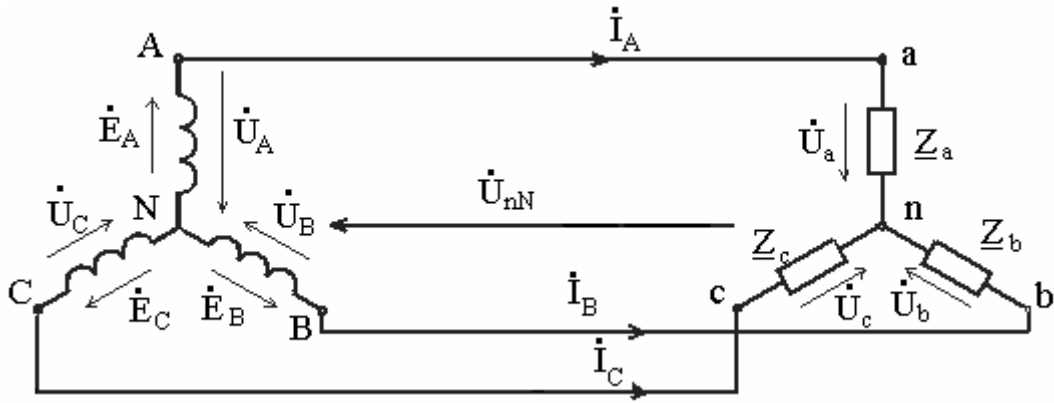


Рис. 3.14. Соединение фаз звездой без нейтрального провода

При отсутствии нейтрального провода можно принять его сопротивление бесконечно большим, а проводимость равной нулю ( $\underline{Y}_N = 0$ ).

При этом в соответствии с (3.15) напряжение смещения нейтрали  $U_{nN}$  оказывается максимальным:

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_a + \dot{U}_B \underline{Y}_b + \dot{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c},$$

При этом искажения фазных напряжений приемника также максимальны.

Векторы фазных напряжений можно определить графически, построив векторную (топографическую) диаграмму фазных напряжений источника питания и  $\dot{U}_{nN}$  (рис. 3.15).

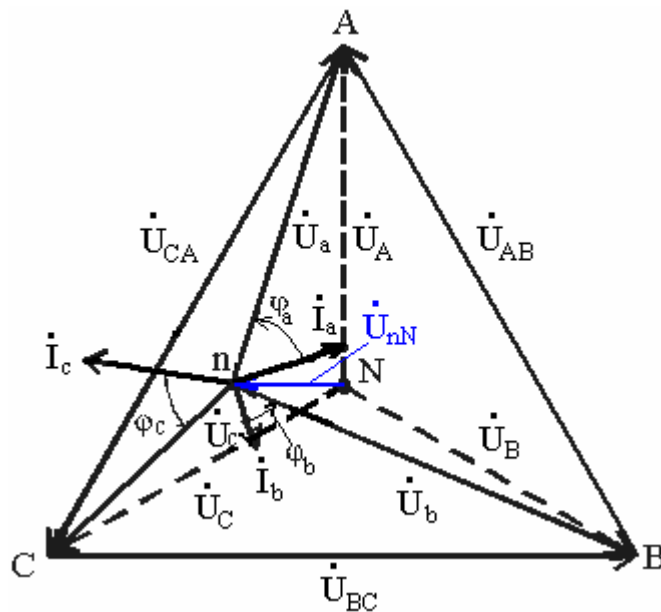


Рис. 3.15. Напряжение смещения нейтрали

При изменении величины (или характера) фазных сопротивлений напряжение смещений нейтрали  $\dot{U}_{nN}$  может изменяться в широких пределах. При этом нейтральная точка приемника  $n$  на диаграмме может занимать разные положения, а фазные напряжения приемника  $\dot{U}_a, \dot{U}_b$  и  $\dot{U}_c$  могут отличаться друг от друга весьма существенно.

Таким образом, при симметричной нагрузке нейтральный провод можно удалить и это не повлияет на фазные напряжения приемника. При несимметричной нагрузке и отсутствии нейтрального провода фазные напряжения приемника уже не связаны жестко с фазными напряжениями генератора, так как на нагрузку воздействуют только линейные напряжения генератора. Несимметричная нагрузка в таких условиях вызывает несимметрию ее фазных напряжений  $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$  и смещение ее нейтральной точки  $n$  из центра треугольника напряжений (смещение нейтрали).

Направление смещения нейтрали зависит от последовательности фаз системы и характера нагрузки.

Поэтому нейтральный провод необходим для того, чтобы:

- выравнивать фазные напряжения приемника при несимметричной нагрузке;
- подключать к трехфазной цепи однофазные приемники с номинальным напряжением в  $\sqrt{3}$  раз меньше номинального линейного напряжения трехфазной сети.

Следует иметь в виду, что в цепь нейтрального провода нельзя ставить предохранитель, так как перегорание предохранителя приведет к разрыву нейтрального провода и появлению значительных перенапряжений на фазах нагрузки.

## **8. Расчет трехфазной цепи при соединении фаз приемника «треугольником»**

Схема замещения трехфазной цепи при соединении фаз приемника «треугольником» приведена на рис.3.16. Здесь симметричный трехфазный источник представлен его зажимами А, В, С, N. К зажимам источника с помощью проводов линии передачи присоединены три фазы приемника, соединенные между собой способом «треугольник». При этом в линии передачи три провода, соединяющие приемник с тремя зажимами источника А, В, С. Нейтральная точка источника не используется и нейтрального провода в такой трехфазной цепи нет.

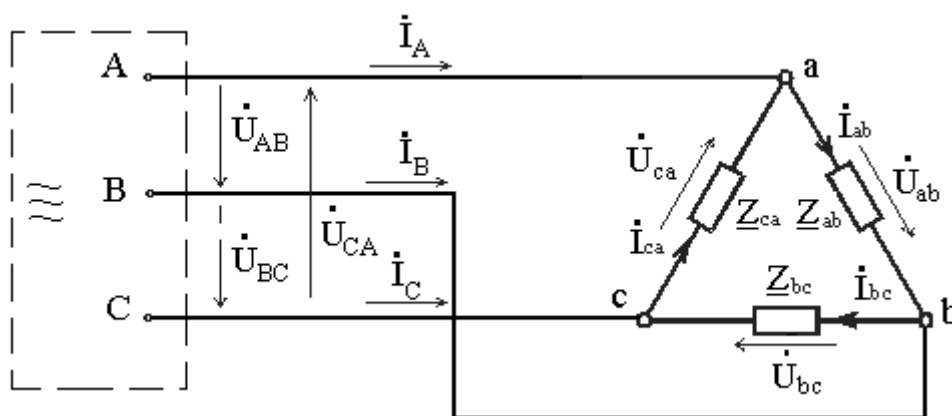


Рис.3.16. Трехфазная цепь при соединении фаз приемника «треугольник»

Задача расчета трехфазной цепи состоит в определении фазных и линейных токов при заданных напряжении трехфазного источника и сопротивлениях фаз приемника.

Напряжение между концом и началом фазы при соединении треугольником – это напряжение между линейными проводами. Поэтому при соединении треугольником линейное напряжение равно фазному напряжению.

$$U_L = U_\phi. \quad (3.21)$$

Пренебрегая сопротивлением линейных проводов, линейные напряжения потребителя можно приравнять линейным напряжениям источника питания:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{ab}; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_{bc}; \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_{ca}.$$

По фазам  $\underline{Z}_{ab}, \underline{Z}_{bc}, \underline{Z}_{ca}$  приемника замыкаются фазные токи  $\dot{I}_{ab}, \dot{I}_{bc}$  и  $\dot{I}_{ca}$ . Положительное направление фазных токов принимают от начала к концу фазы в соответствии с фазными напряжениями.

Условное положительное направление линейных токов  $\dot{I}_A, \dot{I}_B$  и  $\dot{I}_C$  принято от источников питания к приемнику.

Токи в фазах приемника определяются по закону Ома:

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}}; \quad \dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{\underline{Z}_{bc}}; \quad \dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{\underline{Z}_{ca}}, \quad (3.22)$$

В отличие от соединения звездой при соединении треугольником фазные токи не равны линейным. Линейные токи можно определить по фазным, составив уравнения по первому закону Кирхгофа для узлов  $a, b$  и  $c$  (рис 3.16)

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}; \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}; \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}, \quad (3.23)$$

Сложив левые и правые части системы уравнений, (3.21), получим

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0 \quad (3.24)$$

т.е. сумма комплексов линейных токов равна нулю как при симметричной, так и при несимметричной нагрузке.

### Симметричная нагрузка

При симметричной нагрузке  $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z}_\phi = Z_\phi e^{\pm j\varphi}$

Так как линейные (они же фазные) напряжения  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$ ,  $U_{CA}$  симметричны, то и фазные токи образуют симметричную систему

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}}; \dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{\underline{Z}_{bc}}; \dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{\underline{Z}_{ca}},$$

Абсолютные значения их равны, а сдвиги по фазе относительно друг друга составляют  $120^\circ$ .

Линейные токи

$$I_A = I_B = I_C = I_L, \quad (3.25)$$

образуют также симметричную систему токов.

Векторная диаграмма напряжений и токов для этой цепи показана на рис.3.17.

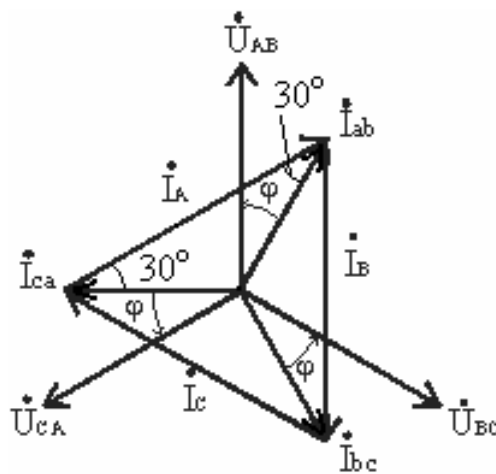


Рис. 3.17. Векторная диаграмма напряжений и токов при соединении фаз симметричного приемника в треугольник.

На векторной диаграмме (рис. 3.12) фазные токи отстают от фазных напряжений на угол  $\varphi$  (полагаем, что фазы приемника имеют индуктивный характер, т.е.  $\varphi > 0^\circ$ ). Здесь принято, что напряжение  $U_{AB}$  имеет нулевую фазу.

Линейные токи построены в соответствии с выражениями (3.23) как разность двух фазных токов. Как видно, линейные токи также симметричны.

Соотношение по величине между линейными и фазными токами можно определить при рассмотрении треугольника на векторной диаграмме (рис.3.17) со сторонами  $\dot{I}_a, \dot{I}_{ab}, \dot{I}_{ca}$ .

$$I_A = 2I_{ab} \cos 30^\circ = \sqrt{3}I_{ab}$$

или

$$I_L = \sqrt{3}I_\phi, \quad I_\phi = I_L / \sqrt{3} \quad (3.26)$$

Таким образом, при соединении треугольником действующее значение линейного тока при симметричной нагрузке в  $\sqrt{3}$  раз больше действующего значения фазного тока и  $U_L = U_\phi$ ;  $I_L = \sqrt{3} I_\phi$ .

При симметричной нагрузке фаз расчет трехфазной цепи соединенной треугольником, можно свести к расчету одной фазы.

Фазное напряжение  $U_\phi = U_L$ . Фазный ток  $I_\phi = U_\phi / Z_\phi$ , линейный ток  $I_L = \sqrt{3} I_\phi$ , угол сдвига по фазе  $\varphi = \arctg (X_\phi / R_\phi)$ .

### Несимметричная нагрузка

В общем случае при несимметричной нагрузке  $Z_a \neq Z_b \neq Z_c$ . Обычно она возникает при питании от трехфазной сети однофазных приемников.

Например, для нагрузки, рис. 3.18, фазные токи, углы сдвига фаз и фазные мощности будут в общем случае различными.

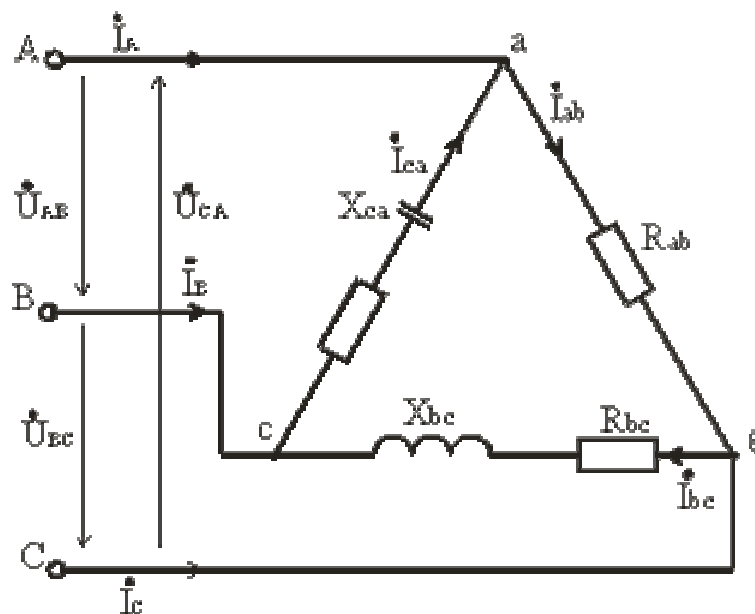


Рис. 3.18. Трехфазная цепь при соединении фаз приемника «треугольник». Несимметричный приемник

Векторная диаграмма для случая, когда в фазе  $ab$  имеется активная нагрузка, в фазе  $bc$  – активно-индуктивная, а в фазе  $ca$  – активно-емкостная приведена на рис. 3.19.

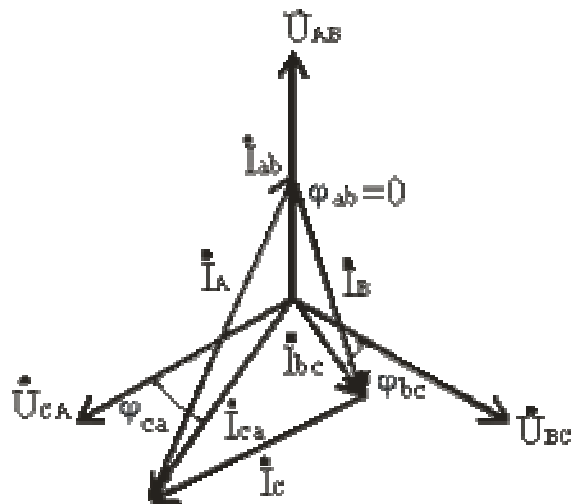


Рис. 3.19. Векторная диаграмма напряжений и токов при соединении фаз несимметричного приемника в треугольник

Построение векторов линейных токов произведено в соответствии с выражениями

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}; \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}; \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc},$$

Таким образом, при несимметричной нагрузке симметрия фазных токов  $\dot{I}_{ab}$ ,  $\dot{I}_{bc}$  и  $\dot{I}_{ca}$  нарушается, поэтому линейные токи  $\dot{I}_A$ ,  $\dot{I}_B$  и  $\dot{I}_C$  можно определить только расчетом по вышеприведенным уравнениям (3.23) или найти графически путем построений на векторной диаграмме (рис. 3.19).

Важной особенностью соединения фаз приемника треугольником является то, что при изменении сопротивления одной из фаз режим работы других фаз остается неизменным, так как линейные напряжения генератора являются неизменными. Будет изменяться только ток данной фазы и линейные токи в проводах линии, соединенных с этой фазой. Поэтому схема соединения треугольником широко используется для включения несимметричной нагрузки.

При расчете для несимметричной нагрузки сначала определяют значения фазных токов  $\dot{I}_{ab}$ ,  $\dot{I}_{bc}$  и  $\dot{I}_{ca}$  и соответствующие им сдвиги фаз  $\varphi_{ab}$ ,  $\varphi_{bc}$ ,  $\varphi_{ca}$ . Затем определяют линейные токи с помощью уравнений (3.23) в комплексной форме или с помощью векторной диаграммы (рис. 3.19).

## 9. Мощность трехфазной цепи

В трехфазных цепях, так же как и в однофазных, пользуются понятиями активной, реактивной и полной мощностей.

В общем случае несимметричной нагрузки активная мощность трехфазного приемника равна сумме активных мощностей отдельных фаз

$$P = P_a + P_b + P_c = U_a I_a \cos \varphi_a + U_b I_b \cos \varphi_b + U_c I_c \cos \varphi_c$$

Реактивная мощность соответственно равна алгебраической сумме реактивных мощностей отдельных фаз

$$Q = Q_a + Q_b + Q_c = U_a I_a \sin \varphi_a + U_b I_b \sin \varphi_b + U_c I_c \sin \varphi_c$$

При соединении фаз приемников в треугольник в выражения фазных мощностей надо подставлять соответствующие фазные величины, например,  $P_{ab} = U_{ab} I_{ab} \cos \varphi_{ab}$  и т.д.

Полная мощность отдельных фаз

$$S_a = U_a I_a; S_b = U_b I_b; S_c = U_c I_c$$

Полная мощность трехфазного приемника

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

В симметричном приемнике

$$P = 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi$$

$$Q = 3Q_\phi = 3U_\phi I_\phi \sin \varphi$$

Поскольку при соединении симметричного приемника в звезду  $I_\phi = I_L$ ,  $\dot{U}_\phi = \dot{U}_L / \sqrt{3}$ , при соединении в треугольник  $U_L = U_\phi$ ,  $I_\phi = I_L / \sqrt{3}$ , то для любого способа соединения  $\dot{U}_\phi \dot{I}_\phi = 1/\sqrt{3} \dot{U}_L \dot{I}_L$

**Независимо от схемы соединения фаз симметричного приемника**

$$P = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi;$$

$$Q = \sqrt{3} U_L I_L \sin \varphi;$$

$$S = \sqrt{3} U_L I_L.$$