



В.Б. Покровский, Ю.В. Песин, Н.Ю. Боклаг

# ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

## Синтез прямозубой цилиндрической зубчатой передачи

Электронное текстовое издание

Методические указания к курсовой работе по курсу « Теория механизмов и машин для студентов дневной формы обучения направления 18.03.02 «Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии».

Подготовлено кафедрой «Детали машин»

Приведена методика аналитических расчетов и графического решения, а также численный пример.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	2
1. РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ СМЕЩЕНИЯ ПРИ СТАНДАРТНОМ МЕЖОСЕВОМ РАССТОЯНИИ.....	2
2. ПОСТРОЕНИЕ СОПРЯЖЕННЫХ ЗУБЬЕВ .....	4
3. РАСЧЕТ СКОРОСТЕЙ СКОЛЬЖЕНИЯ ЗУБЬЕВ .....	8
4. РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ УДЕЛЬНОГО СКОЛЬЖЕНИЯ .....	8
5. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТОВ СИНТЕЗА ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ПРЯМОЗУБОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ.....	9
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....	15

## ВВЕДЕНИЕ

В редукторах, изготавливаемых в условиях серийного производства, межосевые расстояния принимаются в соответствии с ГОСТ 2185-66. В большинстве механизмов индивидуального изготовления межосевые расстояния регламентируются конструкцией механизма. Обеспечение стандартного или регламентированного конструкцией межосевого расстояния в прямозубых передачах производится за счет смещения исходного контура зубонарезающего инструмента при изготовлении зубчатых колес.

### 1. РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ СМЕЩЕНИЯ ПРИ СТАНДАРТНОМ МЕЖОСЕВОМ РАССТОЯНИИ

Рассчитать делительное межосевое расстояние.

$$a = \frac{m(z_1 + z_2)}{2}$$

где  $m$  – модуль зацепления, мм;

$z_1, z_2$  – числа зубьев шестерни и колеса.

Сравнить полученное значение с ближайшим большим из номинальных рядов стандарта:

$$a_w = 100, 125, 140, 160, 180, 200, 225, 250, 280, 315, 355, 400, 450, 500, 560, 630, \\ 710, 800, 900, 1000 \text{ мм.}$$

Для того чтобы исключить заострение зубьев и обеспечить высокое значение коэффициента торцевого перекрытия  $\varepsilon_\alpha$ , необходимо выполнить условие

$$a_w - a \leq m \quad (*)$$

где  $m$  – модуль зацепления, мм.

При выполнении этого условия следует рассчитать передаточное отношение

$$u = \frac{z_2}{z_1}$$

увеличить на 1 число зубьев шестерни  $z_1$ , рассчитать  $z_2 = z_1 u$  и проверить условие (\*). Если условие не выполняется, то следует выбрать ближайшее большее (меньшее) значение модуля зацепления из ряда

$$m = 4; 4,5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 14; 16; 18; 20; 22 \text{ мм}$$

и повторить расчеты до выполнения условия (\*).

$$\text{Если } a = a_w \text{ и } z_1 \geq z_{\min} = 17 \quad x_1 = 0,3 \quad x_2 = -0,3$$

При  $z_1 < z_{\min}$

$$x_1 = h^* \left(1 - \frac{z_1}{z_{\min}}\right) \geq 0,3 \quad x_2 = -x_1$$

где  $h^*$  – коэффициент высоты зубы,  $h^* = 1,0$ .

Если  $a \neq a_w$  и условие (1) выполняется, рассчитывается коэффициент суммы смещений

$$x_{\Sigma} = \frac{(z_1 + z_2)(\text{inv } \alpha_w - \text{inv } \alpha)}{2 \text{tg } \alpha}$$

где  $\alpha_w$  – угол зацепления;

$\alpha$  – угол исходного контура,  $\alpha = 20^\circ$ .

$$\text{inv } \alpha_i = \text{tg } \alpha_i - \alpha_i$$

Размерность  $\alpha_i$  – радиан

$$\alpha_w = \arccos\left(\frac{a}{a_w} \cdot \cos \alpha\right)$$

При  $z_1 \leq z_{\min} = 17$

$$x_1 = h^* \left(1 - \frac{z_1}{z_{\min}}\right) \geq 0,3 \quad x_2 = x_{\Sigma} - x_1$$

При  $z_1 > z_{\min}$  и  $0 \leq x_{\Sigma} < 0,5$

$$x_1 = x_{\Sigma} \quad x_2 = 0$$

При  $z_1 > z_{\min}$  и  $0,5 \leq x_{\Sigma} \leq 1,0$

$$x_1 = 0,5 \quad x_2 = x_{\Sigma} - 0,5$$

## 2. ПОСТРОЕНИЕ СОПРЯЖЕННЫХ ЗУБЬЕВ

- 1) Выбрать масштаб построения  $K_s$ , мм/мм и отметить на чертеже оси вращения шестерни и колеса « $O_1$ » и « $O_2$ ».

$$K_s = \frac{a_w}{O_1O_2}, \text{ мм/мм}$$

где  $a_w$  – принятое стандартное межосевое расстояние, мм;

$O_1O_2$  – расстояние между центрами вращения шестерни и колеса, принятые на чертеже, мм.

- 2) Рассчитать радиусы и вычертить основные окружности шестерни и колеса

$$r_{b_1} = r_1 \cos \alpha, \quad r_{b_2} = r_2 \cos \alpha$$

где  $r_1, r_2$  – радиусы делительных окружностей шестерни и колеса, мм;

$\alpha$  – угол исходного контура  $\alpha=20^\circ$ .

$$r_1 = \frac{mz_1}{2} \quad r_2 = \frac{mz_2}{2}$$

где  $m$  – стандартный модуль зацепления, мм;

$z_1, z_2$  – числа зубьев шестерни и колеса.

- 3) Вычертить линию зацепления касательно к основным окружностям.

Отметить полюс зацепления «Р» на пересечении линии зацепления с линией центров « $O_1$ », « $O_2$ », границы линии зацепления «А», «В» (точки касания линии зацепления и основных окружностей).

Провести через полюс «Р» линию, перпендикулярную линии центров, обозначить и измерить угол зацепления  $\alpha_w$ . Сравнить полученное значение с теоретическим.

$$\alpha_w = \arccos\left(\frac{a}{a_w} \cos \alpha\right)$$

- 4) Рассчитать радиусы и вычертить окружности вершин и впадин шестерни и колеса.

$$r_{a_1} = r_1 + x_1 m + h^* m - \Delta y \cdot m$$

$$r_{a_2} = r_2 + x_2 m + h^* m - \Delta y \cdot m$$

$$r_{f_1} = r_1 + x_1 m - h^* m - c^* m$$

$$r_{f_2} = r_2 + x_2 m - h^* m - c^* \cdot m ,$$

где  $c^*$  – коэффициент радиального зазора,  $c^* = 0,25$ ;

$\Delta y$  – коэффициент уравнивающего смещения.

$$\Delta y = x_\Sigma - y,$$

где  $y$  – коэффициент воспринимаемого смещения.

$$y = \frac{a_w - a}{m},$$

где  $a_w$  – стандартное межосевое расстояние, мм;

$a$  – делительное межосевое расстояние, мм.

- 5) Отметить границы практической линии зацепления «А», «В» на пересечении окружностей вершин зубьев с теоретической линией зацепления.
- 6) Выбрать на практической линии зацепления точку контакта зубьев «К».
- 7) Разметить участок «АК» теоретической линии зацепления на несколько (3–5) равных отрезков. Несколько таких же отрезков выделить за точкой «А» Начиная с точки «А» выделить на основной окружности шестерни отрезки дуг, равные отрезкам на линии зацепления.
- 8) Перекатывая линию зацепления по основной окружности шестерни и отмечая на касательных радиусы кривизны эвольвенты, построить боковую поверхность зуба шестерни на участке от основной окружности до окружности вершин зубьев.
- 9) Разметить участок «ВК» линии зацепления на несколько равных отрезков. Несколько таких же отрезков выделить за точкой «В». Начиная с точки «В» выделить на основной окружности колеса отрезки дуг, равные отрезкам на линии зацепления.

10) Перекатывая линию зацепления по основной окружности колеса и отмечая на касательных радиусы кривизны эвольвенты, построить боковую поверхность зуба колеса на участке от основной окружности до окружности вершин зубьев.

11) Вычертить делительные окружности шестерни и колеса.

$$d_1 = mz_1 \quad d_2 = mz_2$$

12) Рассчитать толщину зуба шестерни и зуба колеса по дугам делительных окружностей.

$$\delta_1 = \frac{\pi m}{2} + 2x_1 m \operatorname{tg} \alpha \quad \delta_2 = \frac{\pi m}{2} + 2x_2 m \operatorname{tg} \alpha$$

13) Отложить значения  $\delta_1$  и  $\delta_2$  по дугам делительных окружностей шестерни и колеса, разделить пополам и через середины дуг и оси вращения « $O_1$ », « $O_2$ » вычертить оси симметрии зубьев.

14) Вычертить по симметрии вторые боковые поверхности зуба шестерни и зуба колеса.

15) Вычертить участки зубьев между основными окружностями и окружностями впадин:

$$r_{f_i} > r_{b_i}$$

Вычерченные боковые поверхности зубьев пересекают окружность впадин и сопрягаются с ней радиусом выкружки  $R \approx 0,38 m$ .

$$r_{f_i} < r_{b_i}$$

От точек боковых поверхностей зубьев на основной окружности провести радиальные прямые в центры вращения шестерни и колеса и скруглить их на окружности впадин по радиусу выкружки  $R \approx 0,38 m$ .

16) Рассчитать шаг зацепления по делительным окружностям

$$p_t = \pi m.$$

Отложить полученные значения от осей симметрии построенных зубьев и вычертить еще по одному зубу на шестерне и колесе.

17) Вычертить начальные окружности шестерни и колеса, касающиеся в полюсе зацепления «Р».

18) Измерить длину активного участка линии зацепления «АВ» и шаг по начальным окружностям « $p_w$ ». Рассчитать коэффициент торцевого перекрытия:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{ab}{p_w \cos \alpha_w}.$$

Сравнить полученное значение с теоретическим значением:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{z_1}{2\pi} (\operatorname{tg} \alpha_{a_1} - \operatorname{tg} \alpha_w) + \frac{z_2}{2\pi} (\operatorname{tg} \alpha_{a_2} - \operatorname{tg} \alpha_w)$$

$$\alpha_{a_1} = \arccos\left(\frac{r_{b_1}}{r_{a_1}}\right) \quad \alpha_{a_2} = \arccos\left(\frac{r_{b_2}}{r_{a_2}}\right)$$

Расхождение не должно превышать 10 %.

19) Построить диаграмму зон однопарного и двухпарного зацепления.

### 3. РАСЧЕТ СКОРОСТЕЙ СКОЛЬЖЕНИЯ ЗУБЬЕВ

Скорость скольжения

$$V_{sy_{12}} = PK \cdot (\omega_1 + \omega_2),$$

где  $PK$  – расстояние от полюса зацепления «Р» до точки контакта зубьев «К» с учетом масштаба построения;

$\omega_1$  – угловая скорость шестерни,  $\omega_1 = 10 \text{ с}^{-1}$ ;

$\omega_2$  – угловая скорость колеса,  $\text{с}^{-1}$ .

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{u}$$

где  $u$  – передаточное число.

$$u = \frac{z_2}{z_1}$$

### 4. РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ УДЕЛЬНОГО СКОЛЬЖЕНИЯ

$$\lambda_{12} = 1 - \frac{z_1 \rho_2}{z_2 \rho_1} \quad \lambda_{21} = 1 - \frac{z_2 \rho_1}{z_1 \rho_2}$$

где  $\rho_1, \rho_2$  – радиусы кривизны эвольвент боковых поверхностей зуба шестерни и зуба колеса, мм.

В полюсе зацепления:  $\rho_1 = AP, \rho_2 = BP, \lambda_{12} = 0, \lambda_{21} = 0$

в точке «А»:  $\rho_1 = 0 \quad \lambda_{12} = -\infty \quad \lambda_{21} = 1,0$

в точке «В»:  $\rho_2 = 0 \quad \lambda_{12} = 1,0 \quad \lambda_{21} = -\infty$

В остальных точках активного участка линии зацепления «АВ» радиусы кривизны « $\rho_1$ », « $\rho_2$ » определяется измерением.

Например в т. «К»  $\rho_1 = АК, \rho_2 = ВК$ .

## 5. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТОВ СИНТЕЗА ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ПРЯМОЗУБОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

Исходные данные:

$$z_1 = 12, z_2 = 27, m = 20 \text{ мм.}$$

$$a = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} = \frac{20(12 + 27)}{2} = 390 \text{ мм}$$

Ближайшее большее стандартное значение  $a_w = 400$  мм.

$$y = \frac{a_w - a}{m} = \frac{400 - 390}{20} = 0,5 \text{ мм}$$

$$z_1 < z_{\min} = 17 \quad x_{1\min} = h^* \left( 1 - \frac{z_1}{z_{\min}} \right) = 1,0 \left( 1 - \frac{12}{17} \right) = 0,294 \quad x_1 = 0,3$$

$$x_{\Sigma} = \frac{(z_1 + z_2)(\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha)}{2 \operatorname{tg} \alpha},$$

$$\alpha_w = \arccos\left(\frac{a}{a_w} \cdot \cos \alpha\right) = \arccos\left(\frac{390}{400} \cdot \cos 20^\circ\right) = 23,626^\circ = 23^\circ 37' 24'' = 0,412 \text{ рад,}$$

$$\operatorname{inv} \alpha_w = \operatorname{tg} \alpha_w - \alpha_w = 0,0254$$

$$\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha = 0,0149$$

$$x_{\Sigma} = \frac{(12 + 27)(0,0254 - 0,0149)}{2 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ} = 0,545$$

$$x_2 = x_{\Sigma} - x_1 = 0,545 - 0,3 = 0,245$$

$$r_{b_1} = r_1 \cos \alpha \quad r_1 = \frac{mz_1}{2} = \frac{20 \cdot 12}{2} = 120 \text{ мм}$$

$$r_{b_1} = 120 \cos 20^\circ = 112,763 \text{ мм}$$

$$r_{b_2} = r_2 \cos \alpha \quad r_2 = \frac{mz_2}{2} = \frac{20 \cdot 27}{2} = 270 \text{ мм}$$

$$r_{b_2} = 270 \cos 20^\circ = 253,717 \text{ мм.}$$

$$r_{a_1} = r_1 + x_1 m + h^* m - \Delta y \cdot m$$

$$\Delta y = x_\Sigma - y \quad y = \frac{a_w - a}{m} = \frac{400 - 390}{20} = 0,5,$$

$$\Delta y = 0,545 - 0,5 = 0,045$$

$$r_{a_1} = 120 + 0,3 \cdot 20 + 1,0 \cdot 20 - 0,045 \cdot 20 = 145,107 \text{ мм}$$

$$r_{a_2} = r_2 + x_2 m + h^* m - \Delta y \cdot m = 270 + 0,245 \cdot 20 + 1,0 \cdot 20 - 0,045 \cdot 20 = 294,007 \text{ мм}$$

$$r_{f_1} = r_1 + x_1 m - h^* m - c^* m = 120 + 0,3 \cdot 20 - 1,0 \cdot 20 - 0,25 \cdot 20 = 101 \text{ мм}$$

$$r_{f_2} = r_2 + x_2 m - h^* m - c^* m = 270 + 0,245 \cdot 20 - 1,0 \cdot 20 - 0,25 \cdot 20 = 249,9 \text{ мм}$$

Проверка правильности расчета:

$$a_w = r_{a_1} + r_{f_2} + c^* m = r_{a_2} + r_{f_1} + c^* m = 145,107 + 249,9 + 0,25 \cdot 20 = 294,007 + 101 + 0,25 \cdot 20 = 400 \text{ мм}$$

$$S_1 = \frac{\pi m}{2} + 2x_1 m \operatorname{tg} \alpha = \frac{3,14 \cdot 20}{2} + 2 \cdot 0,3 \cdot 20 \operatorname{tg} 20^\circ = 35,784 \text{ мм}$$

$$S_2 = \frac{\pi m}{2} + 2x_2 m \operatorname{tg} \alpha = \frac{3,14 \cdot 20}{2} + 2 \cdot 0,245 \cdot 20 \operatorname{tg} 20^\circ = 34,983 \text{ мм}$$

$$p_t = \pi m = 3,14 \cdot 20 = 62,83 \text{ мм}$$

$$\varepsilon_{\alpha_T} = \frac{z_1}{2\pi} (\operatorname{tg} \alpha_{a_1} - \operatorname{tg} \alpha_w) + \frac{z_2}{2\pi} (\operatorname{tg} \alpha_{a_2} - \operatorname{tg} \alpha_w)$$

$$\alpha_{a_1} = \arccos\left(\frac{r_{b_1}}{r_{a_1}}\right) = \arccos\left(\frac{112,8}{144,76}\right) = 38,81^\circ$$

$$\alpha_{a_1} = \arccos\left(\frac{r_{b_2}}{r_{a_2}}\right) = \arccos\left(\frac{253,7}{294}\right) = 30,35^\circ$$

$$\varepsilon_{\alpha_T} = \frac{12}{2 \cdot 3,14} (\operatorname{tg} 38,81^\circ - \operatorname{tg} 23,623^\circ) + \frac{27}{2 \cdot 3,14} (\operatorname{tg} 30,35^\circ - \operatorname{tg} 23,623^\circ) = 1,348$$

$$\varepsilon_{\alpha_{np}} = \frac{ab}{p_w \cos \alpha_w} = \frac{40}{32,5 \cos 23,623^\circ} = 1,343$$

$$\Delta \varepsilon_\alpha = \frac{\varepsilon_{\alpha_T} - \varepsilon_{\alpha_{np}}}{\varepsilon_{\alpha_T}} \cdot 100 = \frac{1,337 - 1,343}{1,337} \cdot 100 = 0,47 \%$$

Шаг зацепления по основной окружности шестерни:

$$p_{b_1} = 30 \cdot 2,0 = 60 \text{ мм}$$

Скорость скольжения в т. К:

$$V_{sy_{12}} = PK (\omega_1 + \omega_2)$$

$$\omega_1 = 10 \text{ с}^{-1}, \omega_2 = \frac{\omega_1}{u} \quad u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{27}{12} = 2,25$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{u} = \frac{10}{2,25} = 4,44 \text{ с}^{-1}$$

$$V_{sy_{12}} = \frac{PK \cdot K_s}{10^3} (\omega_1 + \omega_2) = \frac{15 \cdot 2}{10^3} (10 + 4,44) = 0,43 \text{ м/с}$$

Коэффициенты удельного скольжения:

$$\lambda_{12} = 1 - \frac{z_1 \rho_2}{z_2 \rho_1}, \quad \lambda_{21} = 1 - \frac{z_2 \rho_1}{z_1 \rho_2}$$

В точке «а»  $\rho_1 = 6 \cdot 2 = 12 \text{ мм}$ ;  $\rho_2 = 75 \cdot 2 = 150 \text{ мм}$

$$\lambda_{12} = 1 - \frac{12 \cdot 150}{27 \cdot 12} = -4,55$$

$$\lambda_{21} = 1 - \frac{27 \cdot 12}{12 \cdot 150} = 0,82$$

В точке «b»  $\rho_1 = 46 \cdot 2 = 92$  мм  $\rho_2 = 35 \cdot 2 = 70$  мм

$$\lambda_{12} = 1 - \frac{12 \cdot 70}{27 \cdot 92} = 0,66$$

$$\lambda_{21} = 1 - \frac{27 \cdot 92}{12 \cdot 70} = -1,96$$

В точке «К»  $\rho_1 = 40 \cdot 2 = 80$  мм  $\rho_2 = 40 \cdot 2 = 80$  мм

$$\lambda_{12} = 1 - \frac{12 \cdot 40}{27 \cdot 40} = 0,56$$

$$\lambda_{21} = 1 - \frac{27 \cdot 40}{12 \cdot 40} = -1,25$$

В точке «С»  $\rho_1 = 15 \cdot 2 = 30$  мм  $\rho_2 = 65 \cdot 2 = 130$  мм

$$\lambda_{12} = 1 - \frac{12 \cdot 130}{27 \cdot 30} = -0,93$$

$$\lambda_{21} = 1 - \frac{27 \cdot 30}{12 \cdot 130} = 0,48$$

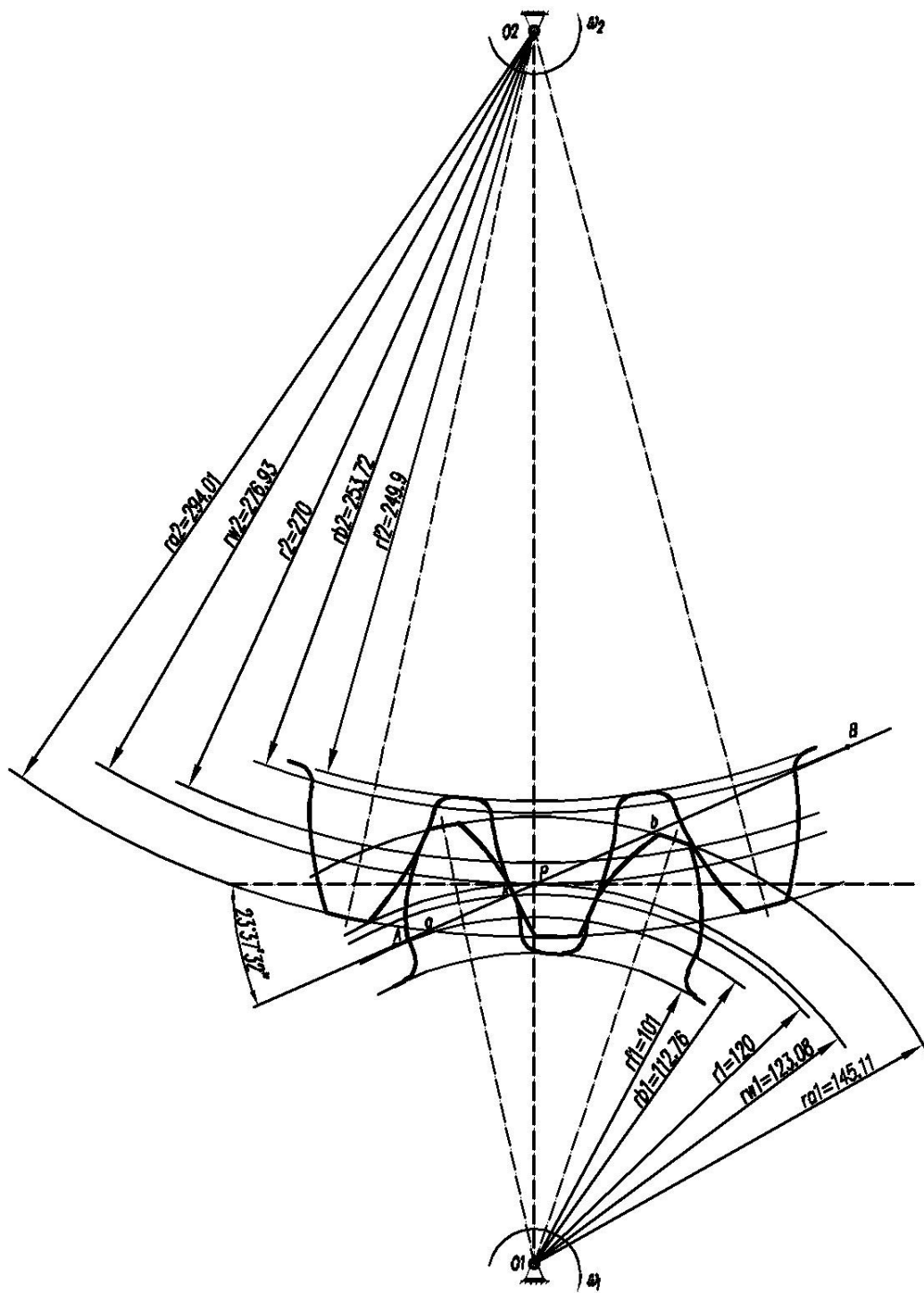


Рис. 1. Профилирование зубьев

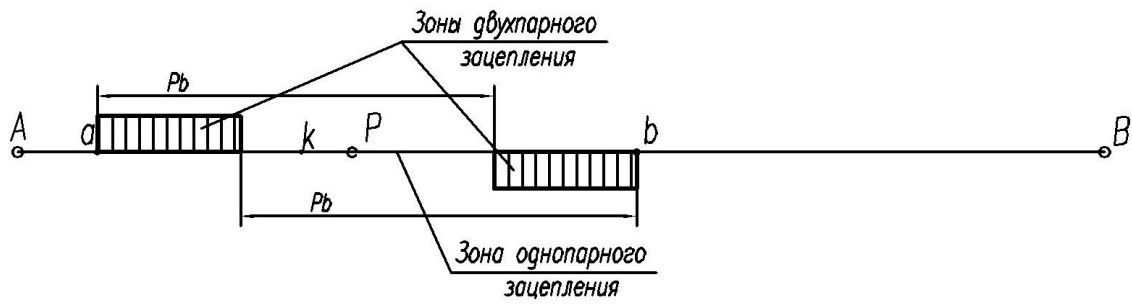


Рис. 2. Зоны двухпарного зацепления

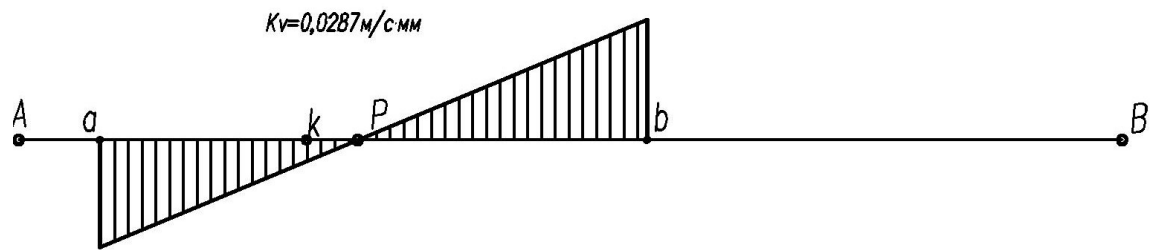


Рис. 3. Диаграмма скоростей скольжения

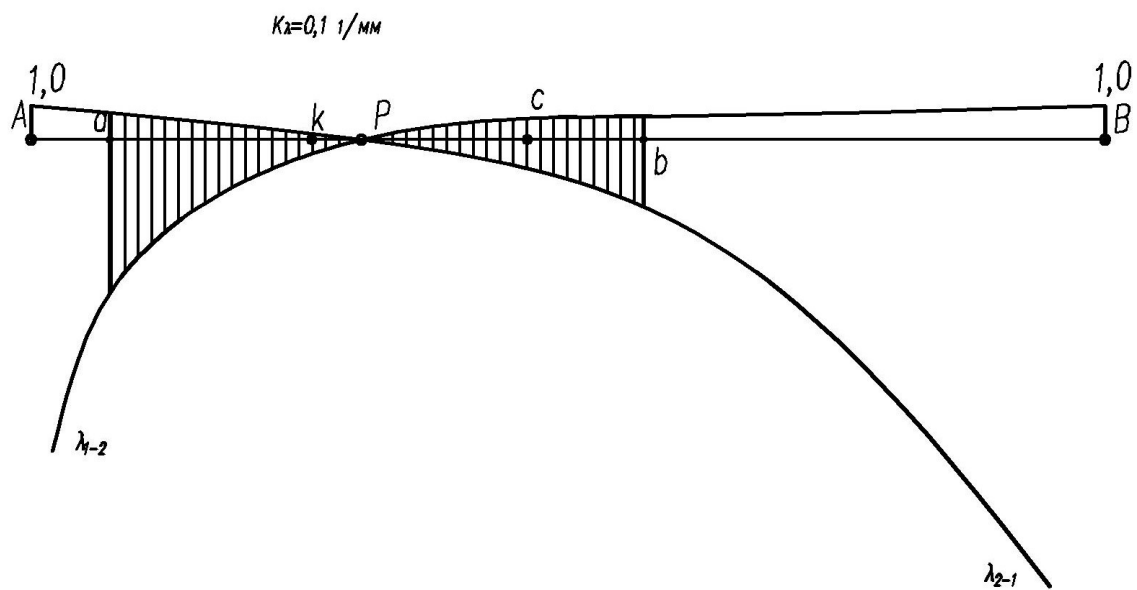


Рис. 4. Диаграмма удельных скоростей скольжения

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Покровский В.Б. Теория механизмов и машин. Динамический анализ. Зубчатые зацепления / В.Б. Покровский. – Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2005. – 48 с.
2. Теория механизмов и механика машин / под ред. К.В. Фролова. – М: Высшая школа, 2003. – 496 с.
3. Теория механизмов и машин / М.З. Коловский. – М.: Academia, 2006. – 560 с.
4. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование / А.И. Смелягин. – Новосибирск: НГТУ, 2006.– 263 с.
5. Покровский В.Б. Теория механизмов и машин: методические указания к курсовому проекту/сост. В.Б. Покровский. – Екатеринбург: УГТУ – УПИ, 2005. – 11 с.
6. Бубнов Э.А. Теория механизмов и машин. Пример выполнения курсового проекта: методические указания для выполнения курсового проекта/сост. Э.А. Бубнов, А.Г. Черненко.– Екатеринбург:УГТУ-УПИ, 2005.– 36 с.
7. Бубнов Э.А. Теория механизмов и машин. Содержание и оформление курсового проекта: методические указания / сост. Э.А. Бубнов, А.Г. Черненко. – Екатеринбург: УГТУ – УПИ, 2006. – 42 с.

**Учебное электронное текстовое издание**

Покровский Владимир Борисович

Песин Юрий Вольфович

Боклаг Наталья Юрьевна

**ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН**

**Синтез прямозубой цилиндрической зубчатой  
передачи**

Методические указания к курсовой работе

Редактор

*Н.В. Лутова*

Компьютерная верстка

*Ю.В. Песин*

**Рекомендовано Методическим советом УрФУ**

**Разрешен к публикации 19.04.2016**

**Электронный формат – pdf**

**Объем 0,6 уч.-изд.л.**



**620002, Екатеринбург, ул. Мира, 19**

**Информационный портал УрФУ**

**<http://study.urfu.ru>**