Министерство общего
и профессионального образования РФ

А.П. Сергеев, Д.А. Тарасов, А.Г. Тягунов

МЕТОДЫ И СРЕДСТВА НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Учебное электронное текстовое издание
Подготовлено кафедрой полиграфии и веб-дизайна

Учебно-методическое пособие предназначено для закрепления теоретических и практических навыков слушателей магистратуры по направлению 261700 «Технология полиграфического и упаковочного производства» по курсу дисциплины «Методы и средства научных исследований».

Представлены основные сведения по измерительным шкалам, цикл лабораторных работ, а также рекомендации по курсовому проектированию. Издание представляет интерес для студентов специальности (направления) 281400 (656900) «Технология полиграфического и упаковочного производства».

Екатеринбург
2012

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Назначение дисциплины – изучение теоретических и экспериментальных методов и средств научных исследований материалов, процессов и оформление результатов научно-исследовательской работы.

Необходимость исследования отношений и причинных связей между объектами и явлениями различной природы появилась достаточно давно. Использование предметов, а также знание отношений между ними улучшали условия жизни людей и позволяли создавать примитивные устройства, необходимые для выживания в агрессивной среде. Вероятнее всего, именно полезность этих знаний и создаваемых на их основе приспособлений были основными стимулами для познания окружающего мира. Древний человек обнаружил, что очень полезно иметь возможность вызывать те или иные благоприятные изменения условий среды или создавать необходимые предметы. Кроме того, эти знания и возможности позволяли улучшить жизнь и получить дополнительное превосходство одного общества над другим. Такое превосходство могло быть использовано как оружие. Вероятно, так или примерно так зародилась наука. В дальнейшем процесс и результат научного познания стал самостоятельной ценностью безотносительно к его потенциальной полезности. В настоящее время образование как процесс усвоения знаний полученных обществом в результате научной деятельности стало неотъемлемой частью культуры.

Наука существует в двух основных формах:

1. Наука как *система знаний*, как результат деятельности. Наука характеризуется полнотой, достоверностью, систематичностью.

2. Наука как *деятельность.* В этом качестве наука характеризуется, прежде всего, *методом*. Метод отличает науку от прочих способов получения знания, таких как откровение, интуиция, вера, умозрение, обыденный опыт.

1. ЭКСПЕРИМЕНТ И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ШКАЛЫ

В современное понятие измерений включаются пассивные наблюдения и активные эксперименты; количественные и качественные данные; точные, расплывчатые и зашумленные результаты опыта.

Существуют наблюдаемые явления, которые в принципе не допускают числовой меры, но которые можно фиксировать в слабых, качественных шкалах, и эти результаты учитывать в моделях, получая качественные, но вполне научные выводы.

Расплывчатость некоторых наблюдений есть их неотъемлемое природное свойство, которому может быть придана строгая математическая форма, и разработан формальный аппарат работы с такими наблюдениями.

Очевидно, что чем точнее измерения, тем лучше. Однако в настоящее время стало ясно, что погрешности измерений являются не только чем-то побочным, чуждым для измерений, но и неотъемлемым, естественным и неизбежным свойством самого процесса измерения. Проверяемые на практике модели должны быть гипотезами не только об исследуемом объекте, но и об ошибках измерения.

Широкое распространение получили статистические измерения – оценивание функционалов распределений вероятностей по реализации случайного процесса. Этот класс измерений важен потому, что большинство временных зависимостей входов и выходов носит сигнальный характер. Для таких измерений требуется специфическая методика и техника.

Для проведения эксперимента необходима модель объекта, с которым проводится эксперимент. С другой стороны, для уточнения модели объекта необходим эксперимент. После завершения очередного цикла следующий цикл начинается с новой, измененной модели.

Измерение (*measurement*) есть процедура, алгоритмическая операция, ставящая наблюдаемому явлению в соответствие один из элементов подходящей измерительной шкалы. Такое соответствие обеспечивает то, что результаты измерений содержат информацию о наблюдаемом объекте. Количество этой информации как мера снятой неопределенности зависит от степени полноты этого соответствия и разнообразия вариантов. Нужная информация получается из результатов измерения с помощью их преобразований, или, другими словами, с помощью обработки экспериментальных данных. Измерительная шкала может иметь разную силу в зависимости от того, являются ли ее элементы символами, номерами или числами. Измерительную шкалу необходимо выбирать максимально сильной, однако сила шкалы должна соответствовать природе наблюдаемого явления и не быть завышенной.

Чем теснее соответствие между состояниями и их обозначениями, тем больше информации можно извлечь в результате обработки данных. Менее очевидно, что степень этого соответствия зависит не только от организации измерений, но и от природы исследуемого явления. Сама степень соответствия в свою очередь определяет допустимые способы обработки данных.

Данные, зафиксированные в протоколе эксперимента, принадлежат определенной измерительной шкале. При обработке данных важно следить за тем, чтобы над ними выполнялись только такие действия, которые допустимы для использованной шкалы. Нарушение этого правила может привести к неправомерной интерпретации результатов опыта.

Здесь будут рассмотрены только такие объекты, про любые два состояния которых можно сказать, различимы они или нет, и только такие процедуры измерения, которые различимым состояниям ставят в соответствие разные обозначения, а неразличимым состояниям – одинаковые обозначения (следует заметить, что существуют не только такие типы измерений). Это означает, что состояния объекта и их обозначения удовлетворяют следующим аксиомам тождества.

Аксиомы тождества:

1. $(A=B)\ x\ or\ (A\neq B)$ (1.1)

2. $(A=B) \rightarrow (B=A)$ (1.2)

3. $((A=B)\&(B=C)) \rightarrow (A=C)$ (1.3)

Здесь символ «=» обозначает отношение эквивалентности. В частности, для чисел A и B символ «=» означает их равенство.

1.1. Шкала наименований

Пусть имеется некоторый объект или система с конечным числом различимых состояний (число классов эквивалентности). Каждому классу эквивалентности может быть поставлено в соответствие обозначение, отличное от обозначений других классов. Тогда процедура измерения будет состоять в том, чтобы, проведя эксперимент над объектом, определить принадлежность результата к тому или иному классу эквивалентности и записать это с помощью символа, обозначающего данный класс. Такое измерение называется измерением в шкале наименований (*nominal scale*). Иногда эту шкалу называют также номинальной, классификационной или номинативной. Указанное множество символов и образует шкалу.

Особенности шкалы наименований можно рассмотреть на примерах. Естественнее всего использовать шкалу наименований в тех случаях, когда классифицируются дискретные по своей природе явления, например, различные объекты. Для обозначения классов могут быть использованы слова естественного языка, например, географические названия, собственные имена людей. Также применяются произвольные символы: гербы и флаги государств, эмблемы родов войск, всевозможные значки. Кроме того, используются номера (регистрационные номера автомобилей, официальных документов, номера на майках спортсменов) и их различные комбинации (например, почтовые адреса, экслибрисы личных библиотек, печати). Все эти обозначения эквивалентны простой нумерации. В некоторых странах человек при рождении получает уникальный номер. Этот номер используется в государственных информационных системах всю его жизнь. На практике часто предпочитают другие обозначения, реальные имена и фамилии.

Присваиваемое классу объектов обозначение в принципе произвольно, но после присвоения однозначно. Для удобства при большом и/или нефиксированном числе классов их конкретизация упрощается и облегчается, если обозначения вводятся иерархически. Примером могут служить почтовые адреса: страна – территориальная административная единица (республика, штат, кантон (кантон – территориально-административная единица в некоторых странах), графство, область) – населенный пункт – улица – дом – квартира – адресат. Другой пример – автомобильные номера.

Необходимость классификации возникает и в тех случаях, когда классифицируемые состояния образуют непрерывное множество. Задача сводится к предыдущей, если все множество разбить на конечное число подмножеств, искусственно образуя тем самым классы эквивалентности. Тогда принадлежность состояния к какому-либо классу снова можно регистрировать в шкале наименований. Однако условность введенных классов может проявиться, например, при переводе с одного языка на другой описания цветовых оттенков: в английском языке голубой, лазоревый и синий цвета не различаются. Это может быть связано с тем, что англичане иначе видят мир.

Аналогичная ситуация имеет место в профессиональных языках. Например, у северных народов имеется несколько десятков разных слов, обозначающих различные состояния снега. У африканского скотоводческого племени масаев столько разных слов, выражающих различия между коровами, что масай по одному слову может выделить одно животное из огромного стада.

Названия болезней также образуют шкалу наименований. Психиатр, ставя больному диагноз «шизофрения», использует номинальную шкалу. Однако следует всегда помнить, что название болезни лишь обозначает класс, внутри которого на самом деле имеются различия, так как эквивалентность внутри класса носит условный характер.

Необходимо заметить, что обозначения классов – это только символы, даже если для этого использованы номера. Номера выглядят как числа, но числами в данном случае не являются. Если у одного спортсмена на спине номер 2, а другого – 4, то никаких других выводов, кроме того, что это разные участники соревнований, делать нельзя: так, например, нельзя сказать, что второй «в два раза лучше». С номерами нельзя обращаться так же, как с числами, за исключением определения их равенства или неравенства. Только эти отношения определены между элементами номинальной шкалы (аксиомы 1–3).

При обработке экспериментальных данных, зафиксированных в номинальной шкале, непосредственно с самими данными можно выполнять только операцию проверки их совпадения или несовпадения, что может быть записано с помощью символа Кронекера:

$$\delta(x,y)=\{1: x=y;\ 0: x\neq y\}\ (\delta_{ij}=\{1: x_i=x_j;\ 0: x_i\neq x_j\}), \tag{1.4}$$

где x и y– записи разных измерений.

С результатами этой операции можно выполнять другие преобразования.

Количество наблюдений k-го класса:

$$N_k = \sum_{i=1}^{N_в} \delta_{kj}\ , \tag{1.5}$$

где $N_в$ – общее число наблюдений.

Относительная частота k-го класса:

$$p_k = N_к/N. \tag{1.6}$$

Мода:

$$k_{\max} = \arg\ (\max(p_k)) \tag{1.7}$$

Можно также выполнять различные статистические процедуры, строго следя, однако, чтобы в этих процедурах с исходными данными не выполнялось ничего, кроме операции проверки их на совпадение. Например, можно применять χ^2-тест и другие тесты, использующие относительные частоты.

1.2. Шкала порядковая

Когда измеряемый признак состояния объекта имеет природу, не только позволяющую отождествить состояния с одним из классов эквивалентности, но и дающую возможность в каком-то отношении сравнивать разные классы, для измерений можно выбрать более сильную шкалу, чем номинальная. Если же не воспользоваться этим, то часть полезной информации будет утеряна. Однако усиление измерительной шкалы зависит от того, какие именно отношения между классами существуют в действительности. Это и явилось причиной появления измерительных шкал разной силы.

Следующей по силе за номинальной шкалой является порядковая, или ранговая шкала, имеющая несколько разновидностей.

1.2.1. Шкала простого порядка

Если к аксиомам тождества 1–3 (1.1–1.3) добавить аксиомы 4–5 упорядоченности, то получится шкала простого порядка.

Аксиомы упорядоченности:

4. $(A>B) \rightarrow (B<A)$ (1.7)

5. $((A>B)\&(B>C)) \rightarrow (A>C)$ (1.8)

Шкала простого порядка получится, если обозначить классы символами и установить между этими символами те же отношения порядка. Примерами такой шкалы являются нумерация очередности, воинские звания, призовые места в конкурсе.

1.2.2. Шкала слабого порядка

Иногда оказывается, что не каждую пару классов можно упорядочить по предпочтению: некоторые пары считаются равными. В таком случае аксиомы 4–5 (1.7, 1.8) видоизменяются.

Аксиомы упорядоченности:

4. $(A \leq B)$ *x or* $(A \geq B)$ (1.9)

5. $(A \geq B)\&(B \geq C) \rightarrow A \geq C$ (1.10)

Шкала, соответствующая этим аксиомам, называется шкалой слабого порядка. Примером шкалы слабого порядка служит упорядочение по степени родства с конкретным лицом (мать = отец > сын = дочь, дядя = тетя < брат = сестра).

1.2.3. Шкала частичного порядка

Шкала частичного порядка появляется, когда имеются пары классов, несравнимые между собой, т.е. ни ($A \leq B$), ни ($B \leq A$) (это отличается от условия слабого порядка, когда одновременно ($A \geq B$) и ($B \geq A$), т.е. $A = B$). Шкалы частичного порядка часто возникают в социологических исследованиях субъективных предпочтений. Например, при изучении покупательского спроса субъект часто не в состоянии оценить, какой именно из двух разнородных товаров ему больше нравится, например, рубашка или выпечка, скутер или телевизор. Затрудняется респондент также, например, упорядочить по предпочтению любимые занятия: плавание в бассейне, чтение детективов, вкусный ужин или слушание джаза.

Особенность порядковых шкал в строгом смысле есть то, что отношение порядка ничего не говорит о дистанции между сравниваемыми классами. Порядковые экспериментальные данные, даже если они изображены цифрами, нельзя рассматривать как числа, над ними нельзя выполнять действия, которые приводят к получению разных результатов при преобразовании шкалы, не нарушающем порядка. Например, нельзя вычислять выборочное среднее порядковых измерений. Тем не менее для порядковых данных допустима операция, позволяющая установить предпочтительность одного из двух наблюдений x_i или x_j.

Введем функцию Хевисайда:

$$H(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ 1/2, & x = 0; \\ 1, & x > 0. \end{cases} \tag{1.11}$$

Определим ранг i-го измерения следующим образом:

$$R_i = \frac{1}{2} + \sum_{j=1}^{j=N_в} H(x_i - x_j), \quad 1 \leq R_i \leq N_в \tag{1.12}$$

Слабый порядок реализуется, если часть измерений в более сильной шкале по сравнению с порядковой шкалой совпадают, и такая группа называется связкой или связанными рангами. В таком случае все члены связки получают ранг средний для данной связки – мидранг. В других случаях, когда это удобно, ранги в связке присваиваются случайным образом или каждый член связки получает старший для них ранг. Ниже приведен пример различных способов присвоения рангов.

Пример. Пусть имеется $N_в = 7$ объектов, каждый из которых характеризуется свойством X. И пусть это свойство измерено в более сильной шкале (табл. 1.1). Среднее по сильной шкале равно 160, что соответствует рангу 6, однако вычисленный средний ранг составляет 4, что соответствует значению 140.

Таблица 1.1

Номер i	Величина X, мм	Ранг R (мидранг)	Ранг R (максимальный ранг)	Ранг R (случайный ранг)
1	120	2	3	2
2	120	2	3	1
3	120	2	3	3
4	140	4	4	4
5	150	5	5	5
6	160	6	6	6
7	310	7	7	7
Среднее	160	4	4,43	4

Таким образом, при измерениях в порядковых (в строгом смысле) шкалах обработка данных должна основываться только на допустимых для этих шкал операциях – вычислении $\delta(x,y)$ и R_i. Для этих величин можно находить частоты, моды и квантили эмпирических распределений, коэффициенты ранговых корреляций Спирмена и Кендалла.

Следует заметить, что даже в тех случаях, когда состояния, которые допускают только порядковые сравнения, в эксперименте измеряются через величины, связанные ними косвенно, но фиксируемые в числовых шкалах, эти измерения все равно остаются измерениями в порядковой шкале. Ниже следуют примеры, иллюстрирующие сказанное.

Пример. Известно, что за показатель интенсивности патологического процесса принимается скорость выпадения осадка при добавлении в пробирку с кровью цитрата натрия; скорость осаждения измеряется в миллиметрах в единицу времени. Идея такого измерения основана на том, что увеличение интенсивности патологического процесса приводит к повышению содержания глобулина, что увеличивает скорость выпадения осадка. Поэтому высота слоя осадка за данный интервал времени монотонно связана с интенсивностью исследуемого патологического процесса. Функциональный вид этой связи неизвестен и нелинеен: изменение количества цитрата натрия или времени осаждения приводит к непропорциональным изменениям высоты осадка. Пусть теперь известно, что для больного 1 лекарство A привело к уменьшению осадка с 75 мм до 60 мм, а для больного 2 лекарство B – с 65 мм до 55 мм. Отсюда нельзя заключать, что лекарство A эффективнее, так как оно привело к уменьшению осадка на 15 мм, а лекарство B – только на 10 мм.

Пример. Рассматривается испытание умственных способностей, при котором измеряется время, затрачиваемое испытуемым на решение тестовой задачи. В таких экспериментах время хотя и измеряется в числовой шкале, но как мера интеллекта принадлежит порядковой шкале.

Суть состоит в том, что порядковые в строгом смысле шкалы определяются только для заданного набора сравниваемых объектов, у этих шкал нет общепринятого, а тем более абсолютного стандарта. Поэтому при определенных условиях правомерно выражение «первый в мире, второй в Европе» – просто чемпион мира занял второе место на европейских соревнованиях.

1.2.4. Модифицированные порядковые шкалы

Опыт работы с сильными числовыми шкалами и желание уменьшить относительность порядковых шкал, придать им хотя бы внешнюю независимость от измеряемых величин побуждают исследователей к различным модификациям, придающим порядковым шкалам некоторое, и чаще всего кажущееся, усиление. Другая важная причина попыток усиления шкалы состоит в том, что многие измеряемые в порядковых и принципиально дискретных шкалах величины имеют действительный или мыслимый непрерывный характер: сила ветра или землетрясения, твердость вещества, глубина и прочность знаний, овладение навыками. Сама возможность введения между любыми двумя шкальными значениями третьего способствует тому, чтобы попытаться усилить шкалу.

Все это вместе взятое привело к появлению и использованию на практике ряда порядковых шкал, но не в таком «строгом смысле», как те, о которых говорилось выше. При этом иногда с полученными данными начинают обращаться, как с числами, даже если произведенная модификация не выводит шкалу из класса порядковых. Это сопряжено с ошибками и неправильными решениями. Рассмотрим некоторые из известных модификаций.

Шкала твердости по Моосу

Из двух минералов тверже тот, который оставляет на другом царапины или вмятины при достаточно сильном соприкосновении.

Отношение«*A* тверже *B*» – типичное отношение порядка. В 1811 году немецкий минералог Ф. Моос предложил установить стандартную шкалу твердости, постулируя десять ее градаций. За эталоны приняты следующие минералы с возрастающей твердостью: 1 – тальк, 2 – гипс, 3 – кальций, 4 – флюорит, 5 – апатит, 6 – ортоклаз, 7 – кварц, 8 – топаз, 9 – корунд, 10 – алмаз. Шкала Мооса устанавливает искусственно слабый порядок, так как промежуточных единиц градаций твердости эта шкала не имеет. Градации твердости все равно не носят числового характера: нельзя говорить, например, что алмаз (10) в два раза тверже апатита (5). Аналогично нельзя говорить, что разница в твердостях флюорита (4) и гипса (2) такая же, как у корунда (9) и кварца (7). Измерения твердости методом царапания не дают оснований для таких утверждений.

Шкала силы ветра по Бофорту

В 1806 году английский гидрограф и картограф адмирал Ф. Бофорт предложил балльную шкалу силы ветра, определяя ее по характеру волнения моря: 0 – штиль (безветрие), 4 – умеренный ветер, 6 – сильный ветер, 10 – шторм (буря), 12 – ураган. Кроме штиля, градации силы ветра имеют условный, качественный характер.

Шкала магнитуд землетрясений по Рихтеру

В 1935 году американский сейсмолог Ч. Рихтер предложил 12-балльную шкалу для оценки энергии сейсмических волн в зависимости от последствий прохождения их по данной территории. Затем он развил метод оценки силы землетрясения в эпицентре по его магнитуде на поверхности земли и глубине очага.

Шкалы балльных оценок

Слушая ответы учащихся или сравнивая их письменные работы, опытный преподаватель может обнаружить разницу между ними и установить, чьи ответы лучше; это типичное отношение порядка. Методом сравнения можно определить, кто в классе лучше других знает данный предмет; сложнее, но иногда возможно (это зависит от состава класса) определить лучшего ученика в классе. Сравнение старшеклассника с младшеклассником по степени овладения знаниями проблематично.

Потребность общества в официальном определении уровня квалификации проходящих обучение независимо от того, где, когда и как они получают образование, способствовала введению общепринятых шкал для оценивания знаний учащихся в виде баллов. Все испытывают, в том числе и на собственном опыте, неточность, приблизительность этой шкалы. Одна из попыток улучшить шкалу баллов состоит в увеличении числа градаций. В общеобразовательных школах принята 5-балльная, в вузах – 2-балльная для зачетов и 4-балльная для экзаменов системы оценок, в некоторых европейских странах – 10-балльная, а в англоязычных странах – 100-балльная система. Это не спасает положения, и преподаватели для себя вводят дополнительные градации – присоединяют к баллам плюсы, минусы, точки. Примечательно, что и при 100-балльной шкале некоторые преподаватели используют дробные баллы. Все это происходит потому, что не существует ни абсолютного стандарта, единого для всех людей, ни даже условного общедоступного стандарта наподобие эталонов твердости или высоты волн, и знания могут оцениваться только в порядковой шкале. Тем не менее часто забывают, что балльная шкала принадлежит к классу порядковых шкал. Среднеарифметический балл – величина, не имеющая смысла в порядковой шкале. Некоторый оттенок объективности и количественности балльной шкале пытаются придать директивным определением того, каким требованиям должен удовлетворять учащийся, чтобы иметь право на тот или иной балл, т.е. ввести независимые стандарты. Однако преподаватели неизбежно по-разному понимают и выполняют инструкции, и оценки все равно получаются относительными. Известно, что уровень знаний отличников разных школ или вузов заметно различается. Поэтому в ответственных случаях устраивают не конкурсы документов об успеваемости, а конкурсы самих претендентов, т.е. возвращаются к порядковому измерению, непосредственному сравнению обладателей знаний.

Порядковая шкала Черчмена и Акоффа

В социологических исследованиях часто оказывается полезным и возможным предложить респонденту не только упорядочить заданный перечень альтернатив, но и указать, хотя бы грубо, силу предпочтения. Это уже существенная модификация упорядочения, и при достаточно сильных требованиях к весовым коэффициентам измерения могут быть переведены в разряд более сильных шкал, нежели шкала порядка. Обсуждая пока именно порядковые шкалы, рассмотрим случай, когда и взвешивание упорядоченных классов не выводит шкалу из разряда порядковых, хотя разницу между весами классов можно интерпретировать как расстояние между ними.

Пример. Пусть имеется четыре объекта (табл. 1.2). Сначала респондент упорядочивает их в порядке предпочтения: $A>B>C>D$. Затем его просят поставить в соответствие (приписать) объектам любые числа между нулем и единицей, выразив грубо силу предпочтения. Пусть, например, результат в начальный момент времени таков и представлен в соответствующем столбце таблицы.

Таблица 1.2

Объект	Значения в начальный момент	Значения при $A>BCD$	Значения при $CD>B$	Вариант 1	Вариант 2
A	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
B	0,85	0,65	0,25	0,33	0,04
C	0,75	0,20	0,20	0,33	0,03
D	0,20	0,10	0,10	0,33	0,03

Целью является уточнение с помощью дальнейших вопросов действительной силы предпочтений респондента. Например, что он предпочитает: *A* или *B*, *C* и *D* вместе взятые. Результат необходимо отразить в весовых коэффициентах. Делается предположение, что весовой коэффициент совокупности альтернатив равен сумме их весовых коэффициентов. Если, например, $A>BCD$, приписывают новые коэффициенты.

Далее, например, спрашивают, как упорядочиваются *B* и *CD*. Если, по мнению респондента, $CD>B$, то уменьшают вес *B* так, чтобы он был меньше суммы весов *C* и *D*.

Другие начальные веса при указанных вопросах и ответах могут оставаться неизменными, если они сразу отвечали указанным требованиям. Например, это варианты 1 и 2, указанные в последних двух столбцах.

Чтобы уменьшить количество перебираемых сочетаний при уточнении шкалы, авторы метода предлагают наиболее предпочтительной альтернативе приписывать единичный вес, а остальные группировать по три и действовать по указанной методике. Если и при этом количество перебираемых комбинаций окажется большим, то можно прибегнуть к неполному перебору, применив случайный механизм выбора троек и установив критерий прекращения пересчета весов.

Чтобы оценить максимально возможное количество процедур сравнения, рассмотрим наиболее простой вариант. Пусть множество Ω состоит из *N* различных объектов или измерений. Тогда множество *L*, состоящее из всех возможных бесповторных сочетаний элементов множества Ω, включая пустое множество $\varnothing$ и само множество Ω, содержит суммарное количество элементов, равное *Count (L)* = $C_N^0 + \ldots + C_N^N = 2^N$. Все эти элементы суть бесповторные сочетания, представляющие собой уникальные альтернативы, которые можно между собой сравнивать. Тогда полное число возможных парных сравнений, которые можно провести между элементами множества L, составит

$$C_{2^N}^2 = \frac{(2^N)!}{(2^N - 2)!(2)!} = \frac{(2^N - 1)\cdot(2^N)}{2} = (2^N - 1)\cdot(2^{N\text{-}1}) \qquad (1.13)$$

Для разумных ситуаций результат сравнения с бесповторными сочетаниями $\varnothing$ и Ω очевиден. То есть вес $\varnothing$ всегда меньше или равен весу любого бесповторного сочетания. Аналогично вес Ω всегда больше или равен весу любого бесповторного сочетания. Тогда множество L будет состоять из (2^N-2) элементов. Если учесть этот факт, то количество возможных парных сравнений уменьшится и составит

$$C_{2^N-2}^2 = \frac{(2^N - 2)!}{(2^N - 2 - 2)!(2)!} = \frac{(2^N - 2 - 1)(2^N - 2)}{2} = (2^N - 3)(2^{N\text{-}1} - 1)\,. \quad (1.14)$$

Если множество L строить из всех возможных сочетаний с повторениями, тогда количество его элементов вырастет и составит *Count (L)* = $C_{N\text{-}1}{}^0 + C_N{}^1 + C_{N+1}{}^2 + \ldots + C_{2N\text{-}1}{}^N$. Если при этом учитывать и порядок объектов в размещениях, то количество элементов множества L станет еще больше.

Основным предметом критики порядковой шкалы Черчмена и Акоффа является тот факт, что предположение об аддитивности весов предпочтения в психологии нередко не выполняется. Респондент может оценивать смесь меда с дегтем иначе, чем суммой весов меда и дегтя в отдельности; то же может относиться и к оценке хлеба с маслом и хлеба и масла в отдельности.

1.3. Шкала интервалов

Если упорядочивание объектов можно выполнить настолько точно, что известны расстояния между любыми двумя из них, то измерение окажется сильнее, чем в шкале порядка. Естественно выражать все расстояния в единицах, хотя и произвольных, но одинаковых по всей длине шкалы. Это означает, что объективно равные интервалы измеряются одинаковыми по длине отрезками шкалы, где бы они на ней ни располагались. Следствием такой равномерности шкал этого класса является независимость отношения двух интервалов от того, в какой из шкал эти интервалы измерены (т.е. какова единица длины интервала и какое значение принято за начало отсчета). Если два интервала в одной шкале выражаются числами $\Delta_1 x$ и $\Delta_2 x$, а при другом выборе нуля и единицы – числами $\Delta_1 y$ и $\Delta_2 y$, то, поскольку это объективно те же самые интервалы, имеем $\Delta_1 x/\Delta_2 x = \Delta_1 y/\Delta_2 y$, откуда следует, что введенные шкалы могут иметь произвольные начала отсчета и единицы длины, а связь между показаниями в таких шкалах является линейной: $y = a_0 + a_1 x$, $-\infty < a_0 < +\infty$, $a_1 > 0$. Другими словами, шкала интервалов единственна с точностью до линейных преобразований. Построенные таким образом шкалы называются интервальными.

Примерами величин, которые по физической природе либо не имеют абсолютного нуля, либо допускают свободу выбора в установлении начала отсчета и поэтому измеряются в интервальных шкалах, являются температура, время, высота местности.

Начало летосчисления у христиан установлено от рождества Христова, а у мусульман – на 622 года позднее, от переезда Мухаммеда в Медину; единицы летосчисления привязаны к относительным перемещениям Солнца и Луны, но в астрономии существует целых шесть разных определений года. Высоту принято отсчитывать от уровня моря, но это привело к тому, что большая часть территории Голландии имеет отрицательную высоту, так как расположена ниже уровня моря.

Название шкала интервалов подчеркивает, что в этой шкале только интервалы имеют смысл настоящих чисел и только над интервалами следует выполнять арифметические операции: если произвести арифметические операции над самими отсчетам по шкале, забыв об их относительности, то имеется риск получить бессмысленные результаты. Например, нельзя сказать, что температура воды увеличилась в два раза при ее нагреве от 10 до 20 градусов по шкале Цельсия, поскольку в шкале Фаренгейта температура воды в том же опыте изменится от 50 °F до 68 °F, а по шкале Кельвина – с 283,15 °K до

293,15 °K. Шкалы Кельвина, Цельсия и Фаренгейта связаны соотношениями $T_K = 273{,}15 + T_C$ или $T_C = -273{,}15 + T_K$, $T_C = -160/9 + (5/9)T_F$ или $T_F = 32 + (9/5)T_C$. Один градус по Фаренгейту в 9/5=1,8 раза меньше, чем один градус по Цельсию.

Определение значения символа Кронекера является единственной допустимой операцией над наблюдениями в номинальной шкале, а вычисление ранга наблюдения – в порядковой шкале; в интервальной шкале единственной новой допустимой операцией над наблюдениями является определение интервала между ними. Над интервалами же можно выполнять любые арифметические операции, а вместе с ними – использовать подходящие способы статистической и иной обработки данных. Например, центральные моменты, в том числе дисперсия, имеют объективный физический смысл, а начальные моменты, в том числе среднее значение, являются относительными наряду с началом отсчета. Поэтому понятие относительной погрешности или коэффициента вариации $(D[X])^{1/2}/M[X]$, т.е. отношения стандартного отклонения к математическому ожиданию не имеет смысла для интервальной шкалы. Аналогично выборочное среднее, вычисленное по измерениям, сделанным в интервальной шкале, является величиной интервальной:

$$\overline{X_B} = \frac{\sum_{i=1}^{i=N_B} x_i}{N_B} \tag{1.15}$$

Шкалы разностей

К числу шкал, единственных с точностью до линейных преобразований, относятся шкала интервалов ($y = a_0+a_1x$, $a_1>0$) и шкала отношений ($y = a_1x$, $a_1>0$ – преобразование растяжения).

Отдельного внимания заслуживают шкалы, инвариантные к сдвигу. В таких шкалах значение не изменяется при любом числе сдвигов: $y = x+na_0$, $n = 0, 1, 2,\ldots$ Постоянная a_0 является характерным параметром шкалы и называется ее периодом. Полученная шкала называется шкалой разностей (циклической или периодической). В таких шкалах измеряется направление из одной точки (шкала компаса, роза ветров и т.д.), время суток (циферблат часов), фаза колебаний (в градусах или радианах).

Циклические шкалы являются частным случаем интервальных шкал. Однако соглашение о хотя и произвольном, но едином начале отсчета шкалы позволяет использовать показания в этой шкале как числа, применять к ним арифметические действия. Однако необходимо помнить, что циклические шкалы имеют условный нуль.

1.4. Шкала отношений

Шкала отношений определяется аксиомами тождества (1.1, 1.2, 1.3), аксиомами упорядоченности (1.7, 1.8) и аксиомами аддитивности. Первые пять аксиом уже были упомянуты выше.

Аксиомы тождества:

1. $(A=B)$ x or $(A \neq B)$
2. $(A=B) \rightarrow (B=A)$
3. $((A=B)\&(B=C)) \rightarrow (A=C)$

Аксиомы упорядоченности:

4. $(A>B) \rightarrow (B<A)$
5. $((A>B)\&(B>C)) \rightarrow (A>C)$

Аксиомы аддитивности:

6. $(A=P)\&(B>0) \rightarrow (A+B)>P$ (1.16)
7. $(A+B)=(B+A)$ (1.17)
8. $(A=P)\&(B=Q) \rightarrow (A+B)=(P+Q)$ (1.18)
9. $(A+B)+C=A+(B+C)$ (1.19)

Это существенное усиление шкалы. Измерения в такой шкале являются полноправными числами, и с ними можно выполнять любые арифметические действия, так как вычитание, умножение и деление – лишь частные случаи сложения. Введенная таким образом шкала называется шкалой отношений. Этот класс шкал обладает следующей особенностью: отношение двух наблюдаемых значений измеряемой величины не зависит от того, в какой из таких шкал произведены измерения: $x_1/x_2 = y_1/y_2$. Этому требованию удовлетворяет соотношение вида $y = a_1x$ (a_1>0). Таким образом, величины, измеряемые в шкале отношений, имеют естественный абсолютный нуль, хотя остается свобода в выборе единиц. Абсолютный нуль трактуется как полное отсутствие измеряемого свойства, в отличие от нуля относительного, условного.

Примерами величин, природа которых соответствует шкале отношений, являются длина, вес, электрическое сопротивление, деньги.

Абсолютная шкала

Рассмотрим такую шкалу, которая имеет и абсолютный нуль, и абсолютную единицу. Эта шкала не единственна с точностью до какого-либо преобразования, а просто единственна, уникальна. Именно такими качествами обладает числовая ось, которая естественно называется абсолютной шкалой. Важной особенностью абсолютной шкалы по сравнению со всеми остальными является отвлеченность (безразмерность) и абсолютность ее единицы. Указанная особенность позволяет производить над показаниями абсолютной шкалы такие операции, которые недопустимы для показаний других шкал, употреблять эти показания в качестве показателя степени и аргумента логарифма. Числовая ось используется как измерительная шкала в явной форме при счете предметов, а как вспомогательное средство присутствует во всех остальных шкалах. Внутренние свойства числовой оси при всей кажущейся ее простоте оказываются чрезвычайно разнообразными, и теория чисел до сих пор не исчерпала их до конца. А некоторые безразмерные числовые отношения, обнаруживаемые в природе, вызывают восхищение и изумление (явления резонанса; гармонические отношения размеров, звуков; законы теории подобия и размерности; квантование энергии элементарных частиц и т.п.).

В таблице приведены основные сведения обо всех рассмотренных здесь измерительных шкалах. Можно сказать, что чем сильнее шкала, в которой производятся измерения, тем больше сведений об изучаемом объекте, явлении, процессе дают измерения. Поэтому так естественно стремление каждого исследователя провести измерения в возможно более сильной шкале. Однако важно иметь в виду, что выбор шкалы измерения должен ориентироваться на объективные отношения, которым подчинена наблюдаемая величина, и лучше всего производить измерения в той шкале, которая максимально согласована с этими отношениями. Можно измерять и в шкале более слабой, чем согласованная. Это приведет к потере части полезной информации, но применять более сильную шкалу опасно: полученные данные на самом деле не будут иметь той силы, на которую ориентируется их обработка.

Аналогичная ситуация имеет место и после того, как проведены измерения. У исследователя могут быть причины, побуждающие его преобразовать протокол наблюдений, переведя их из одной шкалы в другую. Если при этом данные переводятся в более слабую шкалу, то обычно исследователь отдает себе отчет в том, что в результате происходит некоторое ухудшение качества выводов. Иногда же исследователи усиливают шкалы; типичный случай – оцифровка качественных шкал: классам в номинальной или порядковой шкале присваиваются номера, с которыми дальше работают, как с числами. Если в этой обработке не выходят за пределы допустимых преобразований, то оцифровка – это просто перекодировка в более удобную, например, для ЭВМ форму. Однако применение других операций сопряжено с заблуждениями и ошибками, так как свойства, навязываемые подобным образом, на самом деле не имеют места.

Стоит упомянуть и об еще одной особенности преобразований протоколов наблюдений: некоторые из преобразований могут ненамеренно изменить уровень шкалы. Например, в акустике и радиотехнике часто отношение мощностей сигналов представляется в децибелах:

$$N = 10Lg(P_2/P_1) \tag{1.20}$$

Мощности P_1 и P_2 измеряются в шкале отношений; следовательно, все необходимые операции допустимы. Но величина N принадлежит шкале интервалов, что следует учитывать при дальнейшем оперировании с нею. Например, нельзя говорить, что мощность данного сигнала равна такому-то количеству децибел и не указать, в сравнении с чем.

Основные результаты данного параграфа представлены в таблице, которая отражает главные особенности каждой измерительной шкалы (*measuring scale*).

Таблица 1.3

Измерительные шкалы

Наименование шкалы	Определяющие отношения	Эквивалентное преобразование шкалы	Допустимые операции над данными (первичная обработка)	Вторичная обработка данных
Номинальная	Эквивалентность	Перестановки наименований	Вычисление символа Кронекера $\delta(x,y)$	Вычисление относительных частот и операций над ними
Порядковая	Эквивалентность; Предпочтение	Преобразование не изменяющее порядка (монотонное)	Вычисление символа Кронекера $\delta(x,y)$ и рангов Ri	Вычисление относительных частот, выборочных квантилей и операции над ними
Интервальная	Эквивалентность; Предпочтение; Сохранение отношения интервалов	Линейное преобразование $y = a_0+a_1x$, $-\infty<a_0<+\infty$, $a_1 > 0$	Вычисление символа Кронекера $\delta(x,y)$; и рангов Ri; и интервалов (разностей между наблюдениями)	Арифметические действия над интервалами
Циклическая	Эквивалентность; Предпочтение; Сохранение отношения интервалов; Периодичность	Сдвиг $y = x+na_0$, $a_0 = const$ $n = 0, 1, 2, \ldots$	Вычисление символа Кронекера $\delta(x,y)$; и рангов Ri; и интервалов (разностей между наблюдениями)	Арифметические действия над интервалами
Отношений	Эквивалентность; Предпочтение; сохранение отношения интервалов; Сохранение отношения двух значений.	Растяжение $y = a_1x$, $a_1>0$.	Все арифметические операции (+, -, *, /, ^): Сложение, Вычитание, Умножение, деление, Возведение в степень, Извлечение корня	Любая подходящая обработка
Абсолютная	Эквивалентность; Предпочтение; сохранение отношения интервалов; Сохранение отношения двух значений; Абсолютная и безразмерная единица; Абсолютный нуль	Шкала уникальна	Все арифметические операции; Использование в качестве показателя степени, основания и аргумента логарифма	Любая необходимая обработка

2. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

2.1. ЛР 1. Проверка статистических гипотез

Продолжительность – 4 часа

Цель работы

Практическое изучение статистических методов проверки достоверности гипотез.

Статистическая гипотеза. Нулевая и конкурирующая, простая и сложная гипотезы

Часто необходимо знать закон распределения генеральной совокупности (например, бесконечное множество всех возможных наблюдаемых значений некой величины). Если закон распределения неизвестен, но имеются основания предположить, что он имеет определенный вид (назовем его A), выдвигают гипотезу: генеральная совокупность распределена по закону A. Таким образом, в этой гипотезе речь идет о виде предполагаемого распределения.

Возможен случай, когда закон распределения известен, а его параметры неизвестны. Если есть основания предположить, что неизвестный параметр Θ равен определенному значению Θ_0, выдвигают гипотезу: $\Theta = \Theta_0$. Таким образом, в этой гипотезе речь идет о предполагаемой величине параметра одного известного распределения.

Возможны и другие гипотезы: о равенстве параметров двух или нескольких распределений, о независимости выборок и многие другие.

Статистической называют гипотезу о виде неизвестного распределения, или о параметрах известных распределений.

Например, статистическими являются гипотезы:

1) генеральная совокупность распределена по закону Пуассона;

2) дисперсии двух нормальных совокупностей равны между собой.

В первой гипотезе сделано предположение о виде неизвестного распределения, во второй – о параметрах двух известных распределений.

Гипотеза «на Марсе есть жизнь» не является статистической, поскольку в ней не идет речь ни о виде, ни о параметрах распределения.

Наряду с выдвинутой гипотезой рассматривают и противоречащую ей гипотезу. Если выдвинутая гипотеза будет отвергнута, то, согласно закону исключения третьего, имеет место противоречащая гипотеза. По этой причине эти гипотезы целесообразно различать. Нулевой (основной) называют выдвинутую гипотезу H_0.

Конкурирующей (альтернативной) называют гипотезу H_1, которая противоречит нулевой.

Например, если нулевая гипотеза состоит в предположении, что математическое ожидание a нормального распределения равно 10, то конкурирующая гипотеза, в частности, может состоять в предположении, что $a\neq 10$. Коротко это записывают так: H_0: $a=10$; H_1: $a\neq 10$.

Различают гипотезы, которые содержат только одно и более одного предположений.

Простой называют гипотезу, содержащую только одно предположение. Например, если λ – параметр показательного распределения, то гипотеза H_0: $\lambda=5$ – простая. Гипотеза H_0: математическое ожидание нормального распределения равно 3 (σ известно) – простая.

Сложной называют гипотезу, которая состоит из конечного или бесконечного числа простых гипотез. Например, сложная гипотеза H_0: $\lambda>5$ состоит из бесчисленного множества простых вида H_0: $\lambda=b_i$, где b_i – любое число, большее 5. Гипотеза H_0: математическое ожидание нормального распределения равно 3 (σ неизвестно) – сложная.

Ошибки первого и второго рода

Выдвинутая гипотеза может быть правильной или неправильной, поэтому возникает необходимость ее проверки. Поскольку проверку производят статистическими методами, ее называют статистической. В итоге статистической проверки гипотезы в двух случаях может быть принято неправильное решение, т. е. могут быть допущены ошибки двух родов.

Ошибка *первого* рода состоит в том, что будет отвергнута правильная гипотеза.

Ошибка *второго* рода состоит в том, что будет принята неправильная гипотеза.

Подчеркнем, что последствия этих ошибок могут оказаться весьма различными. Например, если отвергнуто правильное решение «продолжать печать тиража», то эта ошибка первого рода повлечет потери времени; если же принято неправильное решение «продолжать печать», несмотря на наличие брака, то эта ошибка второго рода повлечет материальные и финансовые потери. Можно привести примеры, когда ошибка первого рода влечет более тяжелые последствия, чем ошибка второго рода.

Правильное решение может быть принято также в двух случаях:

1) гипотеза принимается, причем и в действительности она правильная;

2) гипотеза отвергается, причем и в действительности она неверна.

Вероятность совершить ошибку первого рода принято обозначать через α; ее называют *уровнем значимости*. Наиболее часто уровень значимости принимают равным 0,05 или 0,01. Если, например, принят уровень значимости, равный 0,05, то это означает, что в пяти случаях из ста имеется риск допустить ошибку первого рода (отвергнуть правильную гипотезу).

Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Наблюдаемое значение критерия

Для проверки нулевой гипотезы используют специально подобранную случайную величину, точное или приближенное распределение которой известно. Эту величину обозначают через U или Z, если она распределена нормально, F или v^2 – по закону Фишера–Снедекора, T – по закону Стьюдента, χ^2 – по закону «хи-квадрат». Обозначим эту величину в целях общности через K.

Статистическим критерием (или просто критерием) называют случайную величину K, которая служит для проверки нулевой гипотезы.

Наблюдаемым значением $K_{набл}$ называют значение критерия, вычисленное по выборкам.

Критическая область. Область принятия гипотезы. Критические точки

После выбора определенного критерия множество всех его возможных значений разбивают на два непересекающихся подмножества: одно из них содержит значения критерия, при которых нулевая гипотеза отвергается, а другая – при которых она принимается.

Критической областью называют совокупность значений критерия, при которых нулевую гипотезу отвергают.

Областью принятия гипотезы (областью допустимых значений) называют совокупность значений критерия, при которых гипотезу принимают.

Основной принцип проверки статистических гипотез можно сформулировать так: если наблюдаемое значение критерия принадлежит критической области – гипотезу отвергают, если наблюдаемое значение критерия принадлежит области принятия гипотезы – гипотезу принимают.

Поскольку критерий K – одномерная случайная величина, все ее возможные значения принадлежат некоторому интервалу. Поэтому критическая область и область принятия гипотезы также являются интервалами и, следовательно, существуют точки, которые их разделяют.

Критическими точками (границами) $k_{кр}$ называют точки, отделяющие критическую область от области принятия гипотезы.

Различают одностороннюю (правостороннюю или левостороннюю) и двустороннюю критические области.

Правосторонней называют критическую область, определяемую неравенством $K>k_{кр}$, где $k_{кр}$ – положительное число.

Левосторонней называют критическую область, определяемую неравенством $K<k_{кр}$, где $k_{кр}$ – отрицательное число.

Односторонней называют правостороннюю или левостороннюю критическую область.

Двусторонней называют критическую область, определяемую неравенствами $K<k_1$, $K>k_2$, где $k_2>k_1$.

В частности, если критические точки симметричны относительно нуля, двусторонняя критическая область определяется неравенством $|K|>k_{кр}$ (в предположении, что $k_{кр}>0$).

Оборудование

Персональный компьютер с установленным программным обеспечением (например, *MS Excel*); оборудование, необходимое для проведения измерений.

Задание

По данным выборки объема *Nв* случайной величины *X* проверить гипотезу H_0: «величина *X* распределена нормально» на уровне значимости α. В качестве критерия использовать χ^2. В качестве конкурирующей гипотезы использовать наиболее подходящую линию тренда, предлагаемую *MS Excel*. Следует помнить, что предполагаемая функция распределения должна быть неотрицательна на всей числовой оси. Указание: для построения гистограммы (полигона) удобно использовать линейчатую диаграмму.

Порядок выполнения работы

1. Проанализировать материалы лекционных и семинарских занятий, а также данные литературных источников.
2. Сдать теоретический коллоквиум и получить у ведущего преподавателя задание на проведение конкретного эксперимента.
3. Выбрать оборудование, необходимое для проведения эксперимента (согласовать выбор с ведущим преподавателем).
4. Провести необходимые измерения, обсудить полученные данные с ведущим преподавателем.

5. На основании результатов выполнения п. 4 предложить и обосновать нулевую гипотезу, т.е. предложить вид аппроксимирующей зависимости $f(x)$.

6. На основании данных литературных источников, лекционного и справочного материала провести необходимые расчеты на компьютере.

7. Составить отчет, который должен содержать: титульный лист, цель работы, задание на проведение эксперимента, перечень используемого оборудования, схему эксперимента, экспериментальные данные, данные расчетов, выводы по работе, список использованных литературных источников с указанием страниц и ссылок на конкретные формулы. Необходимым дополнением к отчету является файл, предоставляемый в электронном виде, содержащий данные эксперимента и поэтапно проведенные расчеты с указанием необходимых пояснений.

Контрольные вопросы

1. Какие статистические критерии проверки достоверности гипотез вы знаете?

2. Что такое нулевая гипотеза?

3. Каким образом производится проверка достоверности гипотезы по критерию согласия Пирсона?

4. Как определяется число степеней свободы?

Литература

1. **Методы исследований и организация экспериментов** / под ред. проф. К.П. Власова. – Харьков : Издательство «Гуманитарный Центр», 2002. – 256 с.

2. **Гмурман, В.Е.** Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман. – 12-е изд., перераб. – М. : Высшее образование, 2006. – 479 с.

3. **Гмурман, В.Е.** Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман. – 12-е изд., перераб. – М. : Высшее образование, 2006. – 476 с.

4. **Ревенков, А.В.** Теория и практика решения технических задач: учеб. пособие для студентов втузов / А.В. Ревенков, Е.В. Резчикова. – М. : ФОРУМ, 2008. – 384 с.

5. **Бронштейн, И.Н.** Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М. : Наука, 1986. – 544 с.

2.2. ЛР 2. Метод наименьших квадратов

Продолжительность – 4 часа.

Цель работы

Практическое применение метода наименьших квадратов в условиях конкретного эксперимента.

Теоретическая часть

При проведении опыта, целью которого является определение зависимости одной физической величины *Y* от другой *X*, неизбежны погрешности измерения. Поэтому возникает задача: по имеющимся экспериментальным точкам (x_i; y_i) наилучшим образом воспроизвести искомую зависимость *Y(X)*. Если по каким-либо соображениям (физическим, техническим, экономическим и т.д.) зависимость априори неизвестна, то чаще всего применяют метод наименьших квадратов (МНК). Этот метод использование в качестве аппроксимирующей зависимости либо полиномы, либо функции, сводящиеся к ним (например, экспонента). В случае зависимости другого вида МНК оказывается неэффективным, т.к. получающиеся при этом уравнения, как правило, аналитически неразрешимы.

При использовании метода МНК требование наилучшего (в смысле наиболее вероятного) согласования зависимости *Y(X)* с данными эксперимента сводится к тому, чтобы сумма квадратов отклонений экспериментальных точек от сглаживающей кривой обращалась в минимум:

$$\sum_{i=1}^{N} \left(y_i - \varphi(x_i) \right)^2 = \min , \qquad (2.1)$$

где x_i; y_i – экспериментальные значения переменных в i-м опыте; N– число опытов; $\varphi(X)$– искомая зависимость *Y* от *X*.

В общем случае, выражение (1) следует записать в виде:

$$\sum_{i=1}^{N} \left[y_i - \varphi(x_i, a_0, a_1, \dots, a_j, \dots, a_S) \right]^2 = \min , \qquad (2.2)$$

где a_j, $j = \overline{0, s}$ – численные коэффициенты, входящие в аппроксимирующую зависимость, $s+1$ – число таких коэффициентов. В случае если в качестве $\varphi(X)$ используется полином, то s – степень полинома. Для отыскания численных коэффициентов необходимо взять частные производные от выражения (2) по всем a_j. Правая часть функционала (2) при этой процедуре обращается в ноль:

$$\sum_{i=1}^{N}\left[x_i-\varphi(x_i,a_0,a_1,\ldots,a_j,\ldots,a_S)\right]\frac{\partial\varphi}{\partial a_i}=0,\ j=\overline{0,s} \qquad (2.3)$$

После некоторых преобразований получим систему *s+1* уравнений относительно a_j

$$\begin{cases} a_0\sum\limits_i x_i^0+a_1\sum\limits_i x_i^1+a_2\sum\limits_i x_i^2+\ldots+a_s\sum\limits_i x_i^s=\sum\limits_i x_i^0 y_i \\ a_0\sum\limits_i x_i^1+a_1\sum\limits_i x_i^2+a_2\sum\limits_i x_i^3+\ldots+a_s\sum\limits_i x_i^{s-1}=\sum\limits_i x_i^1 y_i \\ \ldots \\ a_0\sum\limits_i x_i^s+a_1\sum\limits_i x_i^{s-1}+a_2\sum\limits_i x_i^{s-2}+\ldots+a_s\sum\limits_i x_i^{2s}=\sum\limits_i x_i^s y_i \end{cases}, \qquad (2.4)$$

решая которую (рекомендуется матричный способ), находят искомые коэффициенты и получают зависимость $\varphi(X)$ в явном виде:

$$\varphi(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\ldots+a_Sx^S\ . \qquad (2.5)$$

При использовании МНК для аппроксимации зависимостей экспоненциального вида необходимо представить ось ординат в логарифмическом виде, т.е. осуществить переход $\overline{v_i}=\ln y_i$ и далее использовать выражения (2.1) – (2.5).

Оборудование

Персональный компьютер с установленным программным обеспечением (например, *MS Excel*); оборудование, необходимое для проведения измерений.

Порядок выполнения работы

1. Проанализировать материалы лекционных и семинарских занятий, а также данные литературных источников.
2. Сдать теоретический коллоквиум и получить у ведущего преподавателя задание на проведение конкретного эксперимента.
3. Выбрать оборудование, необходимое для проведения эксперимента (согласовать выбор с ведущим преподавателем).
4. Провести необходимые измерения, обсудить полученные данные с ведущим преподавателем.
5. На основании результатов выполнения п. 4 предложить вид аппроксимирующей зависимости $\varphi(x)$ в виде полинома соответствующей степени.

6. На основании данных литературных источников, лекционного и справочного материала провести необходимые расчеты на компьютере.

7. Составить отчет, который должен содержать: титульный лист, цель работы, задание на проведение эксперимента, перечень используемого оборудования, схему эксперимента, экспериментальные данные, данные расчетов, выводы по работе, список использованных литературных источников с указанием страниц и ссылок на конкретные формулы. Необходимым дополнением к отчету является файл, предоставляемый в электронном виде, содержащий данные эксперимента и поэтапно проведенные расчеты с указанием необходимых пояснений.

Контрольные вопросы

1. Что такое нормальная система уравнений? Как она получается из условия (1)?

2. Покажите, как используется метод МНК в условиях, когда искомая зависимость *Y(X)* неизвестна.

3. Что такое эмпирическая зависимость?

4. Как, используя матричную алгебру, эффективно решить нормальную систему уравнений с применением современных компьютерных средств?

Литература

1. **Методы исследований и организация экспериментов** / под ред. проф. К.П. Власова. – Харьков : Издательство «Гуманитарный Центр», 2002. – 256 с.

2. **Гмурман, В.Е.** Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман. – 12-е изд., перераб. – М. : Высшее образование, 2006. – 479 с.

3. **Гмурман, В.Е.** Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман. – 12-е изд., перераб. – М. : Высшее образование, 2006. – 476 с.

4. **Ревенков, А.В.** Теория и практика решения технических задач: учеб. пособие для студентов втузов / А.В. Ревенков, Е.В. Резчикова. – М. : ФОРУМ, 2008. – 384 с.

5. **Бронштейн, И.Н.** Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М. : Наука, 1986. – 544 с.

2.3. ЛР 3. Корреляционный анализ

Продолжительность – 4 часа.

Цель работы

Применение элементов корреляционного анализа в условиях конкретного эксперимента.

Теоретическая часть

Во многих задачах требуется не только установить зависимость изучаемой случайной величины Y от одной или нескольких других случайных величин, но и оценить тесноту этой зависимости. Известно, что две случайные величины X и Y могут быть связаны функциональной или статистической зависимостями. В последнем случае изменение одной из величин влечет изменение распределения другой. В частности, если статистическая зависимость проявляется в том, что при изменении одной из величин изменяется среднее значение другой, то такая зависимость называется *корреляционной* (от лат. – взаимосвязь, взаимозависимость).

Пусть изучается зависимость одной физической величины Y от другой X. В результате N независимых опытом получены N пар чисел (x_i, y_i). Эти данные позволяют оценить тесноту линейной связи между величинами X и Y. При этом приближенная зависимость $Y = f(X)$ может быть представлена в виде:

$$Y = m_y + r_{yx}\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(X - m_x) = a_0 + a_1 X\ , \tag{2.6}$$

где m_x и m_y – математические ожидания величин X и Y соответственно; σ_x и σ_y – средние квадратические отклонения этих величин; r_{yx} – коэффициент корреляции,

$$r_{yx} = \frac{k_{xy}}{\sigma_{y_i}\sigma_y}, \tag{2.7}$$

k_{xy}– корреляционный момент случайных величин X и Y.

Величина называется остаточной дисперсией случайной величины Y относительно X. Она характеризует величину ошибки, которая получается при аппроксимации зависимости $Y = f(X)$ линейной функцией вида (1). При $r_{yx} = \pm 1$ остаточная дисперсия равна нулю, что свидетельствует о наличии функциональной зависимости между Y и X. При $r_{yx} = 0$ линейная связь между величинами Y и X отсутствует. Таким образом, величина коэффициента корреляции r_{yx}, лежащая в пределах $-1<r_{yx}<+1$, может служить характеристикой тесноты линейной связи между Y и X: чем ближе величина r_{yx} по абсолютному значению к единице, тем эта связь теснее.

Коэффициенты a_0 и a_x уравнения (2.6), найденные по способу наименьших квадратов, могут также использоваться для оценки тесноты линейной связи, так как $a_1 = r_{yx}\dfrac{\sigma_y}{\sigma_x}$. Заметим, что коэффициент a_1 иногда называют коэффициентом регрессии, а прямую (2.6) – прямой среднеквадратической регрессии Y на X.

Дисперсии и корреляционный момент вычисляются по формулам:

$$m_x = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i, \quad m_y = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i \quad - \textit{математические ожидания,} \tag{2.8}$$

$$D_x = m_{x^2} - m_x^2, \quad D_y = m_{y^2} - m_y^2, \quad - \textit{дисперсии,} \tag{2.9}$$

$$\sigma_x = \sqrt{D_x}, \quad \sigma_y = \sqrt{D_y}, \quad - \textit{среднеквадратичные отклонения,} \tag{2.10}$$

$$k_{yx} = \sum_{i=1}^{N} (x_i - m_x)(y_i - m_y) \quad - \textit{корреляционный момент.} \tag{2.11}$$

В случае необходимости определения тесноты нелинейной связи между случайными величинами X и Y вводится новая характеристика, называемая *корреляционным отношением* η_{yx}, под которым понимают отношение межгруппового среднего квадратического отклонения σ_{yi} к общему среднему квадратическому отклонению σ_y случайной величины Y. Заметим, что под группой могут пониматься и результаты параллельных опытов при $x_i = const$. Таким образом, корреляционное отношение Y к X

$$\eta_{yx} = \frac{\sigma_{y_i}}{\sigma_y}. \tag{2.12}$$

Если $\eta_{yx} = 0$, то $\sigma_{yi} = 0$ и средние значения Y при любых X сохраняют постоянное значение, равное общему среднему. Следовательно, величины X и Y корреляционной зависимостью не связаны. Если $\eta_{yx} = 1$, то $\sigma_{yi} = \sigma_y$ и, следовательно, величины X и Y связаны функциональной зависимостью. Таким образом, корреляционное отношение удовлетворяет неравенству $0 \le \eta_{yx} \le 1$.

Средние квадратичные отклонения, фигурирующие в формуле (7), рассчитывают по формулам:

$$\overline{y} = \frac{\sum_j y_j N_{y_j}}{N} \quad - \textit{общее среднее}, \tag{2.13}$$

$$\overline{y_{x_i}} = \frac{\sum_j y_j N_{ij}}{N_{x_i}} \quad - \textit{групповое среднее}, \tag{2.14}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_j N_{y_j}(y_j - \overline{y})^2}{N}} \quad - \textit{общее} \tag{2.15}$$

среднеквадратичное оклонение,

$$\sigma_{y_i} = \sqrt{\frac{\sum_i N_{x_i}(\overline{y_{x_i}} - \overline{y})^2}{N}} \quad - \textit{групповое} \tag{2.16}$$

среднеквадратичное оклонение.

Заметим, что η_{yx} всегда больше или равно величине коэффициента корреляции r_{yx}. При $\eta_{yx} = |r_{yx}|$ имеет место линейная корреляционная зависимость.

Задание

1. По данным задания к лабораторной работе № 2 вычислить коэффициент корреляции r_{yx} и оценить тесноту корреляционной связи.

2. В результате проведения N опытов получены данные, приведенные в корреляционной таблице. Вычислить корреляционное отношение и по этим данным указать тесноту корреляционной связи между величинами X и Y. Если представляется возможным, предложить вид зависимости $Y = f(X)$ и найти ее в явном виде по МНК.

Оборудование

Персональный компьютер с установленным программным обеспечением (например, *MS Excel*); оборудование, необходимое для проведения измерений.

Порядок выполнения работы

1. Проанализировать материалы лекционных и семинарских занятий, а также данные литературных источников.

2. Сдать теоретический коллоквиум и получить у ведущего преподавателя задание на проведение конкретного эксперимента.

3. Выбрать оборудование, необходимое для проведения эксперимента (согласовать выбор с ведущим преподавателем).

4. Провести необходимые измерения, обсудить полученные данные с ведущим преподавателем.

5. На основании данных литературных источников, лекционного и справочного материала провести необходимые расчеты на компьютере. На основании результатов выполнения п. 4 вычислить корреляционное отношение. Оценить степень взаимосвязи величин X и Y.

6. Составить отчет, который должен содержать: титульный лист, цель работы, задание на проведение эксперимента, перечень используемого оборудования, схему эксперимента, экспериментальные данные, данные расчетов, выводы по работе, список использованных литературных источников с указанием страниц и ссылок на конкретные формулы. Необходимым дополнением к отчету является файл, предоставляемый в электронном виде, содержащий данные эксперимента и поэтапно проведенные расчеты с указанием необходимых пояснений.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте область применения корреляционного анализа. Приведите примеры.

2. Что такое коэффициент корреляции? Как он определяется? Что показывает? Как на основании его данных оценить степень взаимосвязи случайных величин? Какие виды взаимосвязи случайных величин вы знаете?

3. Что такое корреляционное отношение? Как оно определяется?

Литература

1. **Методы исследований и организация экспериментов** / под ред. проф. К.П. Власова. – Харьков : Издательство «Гуманитарный Центр», 2002. – 256 с.

2. **Гмурман, В.Е.** Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман. – 12-е изд., перераб. – М. : Высшее образование, 2006. – 479 с.

3. **Гмурман, В.Е.** Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман. – 12-е изд., перераб. – М. : Высшее образование, 2006. – 476 с.

4. **Ревенков, А.В.** Теория и практика решения технических задач: учеб. пособие для студентов втузов / А.В. Ревенков, Е.В. Резчикова. – М. : ФОРУМ, 2008. – 384 с.

5. **Бронштейн, И.Н.** Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М. : Наука, 1986. – 544 с.

2.4. ЛР 4. Дисперсионный анализ

Продолжительность – 4 часа

Цель работы

Применение методов дисперсионного анализа в условиях конкретного эксперимента. Приобретение навыков расчета контрольных величин. Усвоение критериев принятия гипотезы.

Теоретическая часть

Если нужно установить, оказывает ли существенное влияние некоторый фактор *X* на исследуемую величину *Y*, эффективным оказывается дисперсионный анализ. Основная идея этого метода состоит в сравнении *факторной дисперсии*, порождаемой воздействием фактора *X*, и *остаточной дисперсии*, обусловленной случайными причинами. Если различие между этими дисперсиями значимо, то фактор *X* существенно влияет на *Y*, и в этом случае средние значения *Y*, наблюдаемые при различных значениях *X*, отличаются также значимо.

Введем следующие соотношения:

1. *Общая сумма квадратов отклонений* величины *Y* от общей средней $\bar{y}$:

$$S_y = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{m}(y_{ij} - \bar{y})^2 \,, \tag{2.17}$$

где *N*– число опытов, т.е. число различных значений фактора *X*;

m– число повторений опыта при данном уровне фактора.

Эта сумма характеризует рассеяние всех *(mN)* опытных значений величины *Y* вокруг общего среднего этой величины $\bar{y}$.

2. *Факторная сумма квадратов отклонений* средних значений *Y* в каждом опыте $\bar{y}_i$ от общей средней $\bar{y}$:

$$S_{yф} = m\sum_{i=1}^{N}(\bar{y}_i - \bar{y})^2 \,. \tag{2.18}$$

Эта сумма характеризует рассеяние групповых средних во всех *N* опытах (межгрупповое рассеяние).

3. *Остаточная сумма квадратов отклонений* величины *Y* от ее среднего значения в каждом опыте:

$$S_{yo} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{m} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 \, . \qquad (2.19)$$

Эта сумма характеризует рассеяние величины Y внутри опыта (внутригрупповое рассеяние).

Можно показать, что $S_y = S_{yф} + S_{yo}$, т.е. любую из трех сумм можно вычислить по известным двум другим.

Общая, факторная и остаточная дисперсии вычисляются соответственно по формулам:

$$D_y = \frac{S_y}{Nm-1}; \quad D_{yф} = \frac{S_{yф}}{N-1}; \quad D_{yo} = \frac{S_{yo}}{N(m-1)} \, . \qquad (2.20)$$

Предположим, по данным эксперимента необходимо проверить нулевую (основную) гипотезу о равенстве нескольких групповых средних совокупностей с неизвестными, но одинаковыми дисперсиями. Решение данной задачи сводится к сравнению факторной и остаточной дисперсий. Если нулевая гипотеза верна, то $D_{yф}$ и D_{yo} различаются незначимо; если ложна – различие значимо. Оценка значимости различия дисперсий производится с помощью *критерия Фишера (F-критерия)*:

$$F = \frac{D_{yф}}{D_{yo}} \, . \qquad (2.21)$$

Значение F, рассчитанное по данным эксперимента, сравнивается с табличным F_T, и при выполнении неравенства $F<F_T$ нулевая гипотеза не отвергается.

Итак, для того чтобы проверить гипотезу о равенстве групповых средних нормальных совокупностей с одинаковыми дисперсиями, достаточно проверить по *F-критерию* нулевую гипотезу о равенстве факторной и остаточной дисперсий. Если $D_{yф}>D_{yo}$, то это означает справедливость гипотезы о равенстве групповых средних и, следовательно, отпадает необходимость в использовании *F-критерия*.

Оборудование

Персональный компьютер с установленным программным обеспечением (например, *MS Excel*); оборудование, необходимое для проведения измерений.

Задание

По данным эксперимента проверить, является ли значимым влияние фактора X на исследуемую величину Y.

Порядок выполнения работы

1. Проанализировать материалы лекционных и семинарских занятий, а также данные литературных источников.

2. Сдать теоретический коллоквиум и получить у ведущего преподавателя задание на проведение конкретного эксперимента.

3. Выбрать оборудование, необходимое для проведения эксперимента (согласовать выбор с ведущим преподавателем).

4. Провести необходимые измерения, обсудить полученные данные с ведущим преподавателем.

5. На основании данных литературных источников, лекционного и справочного материала провести необходимые расчеты на компьютере.

6. Составить отчет, который должен содержать: титульный лист, цель работы, задание на проведение эксперимента, перечень используемого оборудования, схему эксперимента, экспериментальные данные, данные расчетов, выводы по работе, список использованных литературных источников с указанием страниц и ссылок на конкретные формулы. Необходимым дополнением к отчету является файл, предоставляемый в электронном виде, содержащий данные эксперимента и поэтапно проведенные расчеты с указанием необходимых пояснений.

Контрольные вопросы

1. Какие цели преследует использование дисперсионного анализа?

2. Что характеризуют общая, факторная и остаточная дисперсии?

3. Каково количество искомых параметров в нулевой гипотезе, рассмотренной в теоретической части?

Литература

1. **Методы исследований и организация экспериментов** / под ред. проф. К.П. Власова. – Харьков : Издательство «Гуманитарный Центр», 2002. – 256 с.

2. **Гмурман, В.Е.** Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман. – 12-е изд., перераб. – М. : Высшее образование, 2006. – 479 с.

3. **Гмурман, В.Е.** Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман. – 12-е изд., перераб. – М. : Высшее образование, 2006. – 476 с.

4. **Ревенков, А.В.** Теория и практика решения технических задач: учеб. пособие для студентов втузов / А.В. Ревенков, Е.В. Резчикова. – М. : ФОРУМ, 2008. – 384 с.

5. **Бронштейн, И.Н.** Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М. : Наука, 1986. – 544 с.

2.5. ЛР 5. Регрессионный анализ результатов аппроксимации статистических зависимостей

Продолжительность – 4 часа.

Цель работы

Получение навыков статистической оценки параметров аппроксимирующей зависимости.

Теоретическая часть

Метод наименьших квадратов, позволяющий определить параметры аппроксимирующей зависимости, например $Y = f(X)$, связывающей интересующие нас переменные объекта исследования, становится регрессионным анализом, как только переходят к статистическим оценкам.

Основные статистические оценки следующие: *оценка дисперсии воспроизводимости, оценка адекватности* и *оценка значимости коэффициентов*.

1. *Оценка дисперсии воспроизводимости* (погрешности опыта) определяется на основании данных параллельных опытов и характеризует равноточность измерений во всех опытах.

Проверка нулевой гипотезы, состоящей в том, что дисперсии во всех опытах равны между собой, т.е. проверка, значимо или незначимо отличаются оценки дисперсии в каждом опыте, может быть произведена с помощью *критерия Фишера* путем сравнения наибольшей и наименьшей дисперсий. Если различие между ними незначимо, то тем более незначимо различие между остальными дисперсиями. Недостатком этого метода является использование информации только об экстремальных значениях дисперсий без учета информации, которую содержат все остальные дисперсии. В этой связи более предпочтительно использование *критерия Кохрена (Кочрена)*, который представляет собой отношение максимальной дисперсии D_{ymax} к сумме всех дисперсий в N опытных точках:

$$G = \frac{D_{y\max}}{\sum_{i=1}^{N} D_{yi}}, \tag{2.22}$$

где $D_{yi} = \frac{1}{m-1}\sum_{j=1}^{m}(y_{ij} - \bar{y}_i)^2$; $\bar{y}_i = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} y_{ij}$; m – число параллельных измерений в i-м опыте, N– число опытов.

Вычисленное по формуле (2.22) значение *критерия Кохрена* G при принятом уровне значимости α (чаще всего α = 0,05) сравнивается с табличным G_T, которое является функцией m–1 и N.

Если $G<G_T$, то гипотеза о равноточности не отвергается. Тогда погрешность опыта, оцениваемая средней квадратической погрешностью при определении среднего значения $\bar{y}_i$:

$$\sigma^2_{\bar{y}_O} = D_{\bar{y}_O} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} D_{yi} \,. \tag{2.23}$$

2. *Оценка адекватности* аппроксимирующей зависимости исследуемому объекту обычно производится с помощью критерия Фишера, который в данном случае определяется как отношение дисперсии адекватности D_{ya} к дисперсии опыта $D_{\bar{y}_O}$, определенной по формуле (2.23). Дисперсия адекватности, характеризующая рассеивание данных эксперимента $\bar{y}_i$ вокруг аппроксимирующей зависимости, определяется по формуле:

$$D_{ya} = \frac{1}{N-s}\sum_{i=1}^{N}(y_{pi} - \bar{y}_i)^2, \tag{2.24}$$

где s – число параметров аппроксимирующей зависимости, определенных по методу наименьших квадратов; y_{pi} – расчетное значение функции в i-й точке при аппроксимации et зависимостью вида $Y = f(X)$.

Тогда *F-критерий* запишется в виде

$$F = \frac{D_{ya}}{D_{\bar{y}_O}} \,. \tag{2.25}$$

Полученное в соответствии с формулой (2.24) значение F сравнивается с табличным $F_T = f[N-s; N(m-1)]$. Если $F<F_T$, то гипотеза об адекватности зависимости $Y = f(X)$ исследуемому объекту не отвергается. Необходимо четко понимать, что вычисление D_{ya}, а следовательно, и проверка адекватности с помощью *F-критерия* возможна только при $N>s$. Если погрешность опыта известна априори, т.е. подразумевается, что число повторений опыта достаточно велико, то при $D_{ya} \le D_{\bar{y}_O}$ математическая модель адекватна объекту.

3. *Оценка значимости коэффициентов* аппроксимирующей зависимости, взятой в виде алгебраического полинома (уравнения регрессии), в смысле отличия значений этих коэффициентов от нуля обычно проводится отдельно для каждого коэффициента a_l, где $l = \overline{0, s-1}$, с помощью *критерия Стьюдента*

$$t_l = \frac{|a_l|}{\sigma_{a_l}}, \qquad (2.26)$$

где $\sigma_{a_l} = \sqrt{D_{a_l}}$; D_{a_l} – дисперсия коэффициента регрессии a_l.

Величина D_{a_l} определяется следующим образом. Решается система нормальных уравнений (см. метод наименьших квадратов) относительно коэффициентов a_l, но при этом правые части уравнений $v_l = \sum_{i=1}^{N} y_i x_i^l$ не заменяются их численными значениями. Если для каждого a_l вместо υ_l подставить единицу, а для остальных нули, то в результате решения системы нормальных уравнений вместо a_l получится значения M_l, с помощью которых и находят дисперсии соответствующих коэффициентов регрессии:

$$D_{a_l} = M_l D_{\bar{y}_O}, \qquad (2.27)$$

где $D_{\bar{y}_O}$ вычислено по формуле (2.23). Отметим также, что значения M_l являются диагональными элементами основной матрицы системы нормальных уравнений, что существенно упрощает расчеты.

Значение t_l, вычисленное по формуле (2.26), сравнивается с табличным t_T, найденным для $N(m–1)$ при принятом уровне значимости. Если $t_l<t_l$, то коэффициент a_l считается незначимым (т.е. его можно принять равным нулю) и соответствующее слагаемое исключается из уравнения регрессии. Очевидно, что при $m = 1$ рассмотренный метод оценки неприменим.

После проведенной оценки значимости коэффициентов уравнение регрессии следует уточнить по методу наименьших квадратов.

Оборудование

Персональный компьютер с установленным программным обеспечением (например, *MS Excel*); оборудование? необходимое для проведения измерений.

Задание

По данным эксперимента предложить модель, найти уравнение регрессии. Провести оценки дисперсии воспроизводимости, адекватности модели и значимости коэффициентов. При необходимости уточнить модель.

Порядок выполнения работы

1. Проанализировать материалы лекционных и семинарских занятий, а также данные литературных источников.

2. Сдать теоретический коллоквиум и получить у ведущего преподавателя задание на проведение конкретного эксперимента.

3. Выбрать оборудование, необходимое для проведения эксперимента (согласовать выбор с ведущим преподавателем).

4. Провести необходимые измерения, обсудить полученные данные с ведущим преподавателем.

5. На основании данных литературных источников, лекционного и справочного материала провести необходимые расчеты на компьютере.

6. Составить отчет, который должен содержать: титульный лист, цель работы, задание на проведение эксперимента, перечень используемого оборудования, схему эксперимента, экспериментальные данные, данные расчетов, выводы по работе, список использованных литературных источников с указанием страниц и ссылок на конкретные формулы. Необходимым дополнением к отчету является файл, предоставляемый в электронном виде, содержащий данные эксперимента и поэтапно проведенные расчеты с указанием необходимых пояснений.

Контрольные вопросы

1. Что такое регрессионный анализ?

2. Как оценивается адекватность аппроксимирующей зависимости?

3. Как оценивается значимость коэффициентов аппроксимирующей зависимости?

Литература

1. **Методы исследований и организация экспериментов** / под ред. проф. К.П. Власова. – Харьков : Издательство «Гуманитарный Центр», 2002. – 256 с.

2. **Гмурман, В.Е.** Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман. – 12-е изд., перераб. – М. : Высшее образование, 2006. – 479 с.

3. **Гмурман, В.Е.** Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман. – 12-е изд., перераб. – М. : Высшее образование, 2006. – 476 с.

4. **Ревенков, А.В.** Теория и практика решения технических задач: учеб. пособие для студентов втузов / А.В. Ревенков, Е.В. Резчикова. – М. : ФОРУМ, 2008. – 384 с.

5. **Бронштейн, И.Н.** Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М. : Наука, 1986. – 544 с.

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВЫХ РАБОТ

3.1. Цель и задачи курсового проекта

Курсовой проект по дисциплине представляет собой элемент самостоятельной работы студента, завершающий изучение этой дисциплины и обобщающий результаты подготовки студента к выполнению квалификационной работы.

Задачи курсового проекта:

1. Систематизация слушателем знаний, полученных им в процессе изучения специальных дисциплин (включая технологию различных этапов получения полиграфической продукции, оборудование, предназначенное для реализации конкретных задач, организацию производственных процессов, обеспечение безопасности жизнедеятельности, охрану труда, проектирование технологических процессов и т.д.).

2. Закрепление теоретических знаний и практических навыков, необходимых при решении конкретных технических и производственных задач полиграфического производства, в освоении методов и подходов решения этих задач при использовании современного арсенала технических средств в соответствии с требованиями Государственного образовательного стандарта по данному направлению подготовки дипломированных специалистов.

Курсовой проект по дисциплине призван обеспечить слушателям следующие возможности:

1) обобщение и углубление знаний по дисциплине;

2) реализация системного подхода к решению задач научного и производственного характера;

3) ознакомление с основными позициями, связанными с выполнением проектных работ;

4) формирование навыков в принятии проектных решений и определении их эффективности;

5) закрепление умений пользоваться справочной, отраслевой и государственной нормативно-технической документацией;

6) освоение современных методов выполнения проектных работ с использованием вычислительной техники;

7) освоение способов оформления курсовых проектов и их представления к защите.

3.2. Организация работы над курсовыми проектами

3.2.1. Тематика курсовых проектов

Тематика курсового проекта должна соответствовать сформулированным задачам и отражать содержание дисциплины «Методы и средства научных исследований».

Темы курсовых проектов должны быть ориентированы на содержание дисциплины и согласованы с преподавателем.

В задании на курсовое проектирование должны найти отражение позиции, ориентирующие слушателей на реальное проектирование с максимальным приближением к условиям современного производства, материально-технического оснащения отрасли и перспектив ее развития.

Не исключается увязка тематики курсового проекта с темой дипломного проекта, что особенно целесообразно при решении задач реального проектирования.

3.2.2. Требования к оформлению курсового проекта

Перед началом работы над курсовым проектом слушатель должен ознакомиться с методическими указаниями, например: Полянский, Н.Н. Методическое пособие по оформлению курсовых проектов и выпускных работ / Н.Н. Полянский. – М., 2000. – 41 с. или аналогичным. При выполнении чертежей должны быть учтены требования методических указаний, например, Соломенцев, Н.Б. Оформление курсовых и дипломных проектов / Н.Б. Соломенцев. – М. : МГУП, 2000 или аналогичных, действующих в УрФУ.

3.2.3. Руководство курсовым проектированием

Руководство курсовым проектированием по дисциплине осуществляют преподаватели кафедры полиграфии и веб-дизайна. Консультации проводятся систематически в дни и часы, согласованные руководителем проекта с учебной группой.

Время, отведенное на курсовое проектирование в соответствии с календарным планом, разбивается на этапы. Сроки этапов и объем работы по каждому из них сообщается руководителем на первой групповой консультации.

Слушатель, ориентируясь на указанные сроки, отчитывается перед преподавателем о ходе работы.

Курсовой проект защищается в сроки, установленные календарным планом. Результаты оцениваются баллами по принятой в высшей школе методике. Проект, получивший оценку «неудовлетворительно», может быть переработан и с разрешения заведующего кафедрой вновь представлен для защиты в комиссии. При нарушении слушателями сроков, указанных в календарном плане, информация о нарушителях сообщается в деканат для принятия административных мер.

3.2.4. Задание на проектирование

Задание на курсовое проектирование выдается каждому студенту индивидуально на бланке. В графе «Исходные данные к проекту» должны быть указаны основные технические параметры курсового проекта.

3.3. Состав курсового проекта

Курсовой проект представляет собой письменный многостраничный текст-отчет. Как и любой отчет, курсовой проект имеет стандартную структуру, т.е. состоит из нескольких взаимосвязанных частей текста:

1. Титульный лист.
2. Оглавление.
3. Введение.
4. Глава теоретическая.
5. Глава эмпирическая.
6. Результаты и обсуждение.
7. Выводы и заключение.
7. Источники и литература.
8. Приложения.

Из числа общих требований к оформлению необходимо знать следующее.

Заголовки печатаются в середине строки без точки в конце.

Все страницы текста должны иметь сквозную нумерацию арабскими цифрами обычно в верхней части страницы (по центру или справа).

Текст должен соответствовать оглавлению.

Объем работы не должен превышать 50 страниц основного текста, т.е. без приложений. Минимальный объем – 25 страниц.

До передачи работы или ее частей научному руководителю на промежуточных этапах или в окончательном варианте текст должен быть отредактирован, т.е. свободен от опечаток, грамматических, орфографических и стилистических ошибок. На странице должно быть достаточно места для внесения необходимых поправок, замечаний и предложений, делаемых научным руководителем.

Титульный лист

Титульный лист – визитная карточка работы, которая выполняет задачу ее опознания и создания первого впечатления. Он должен содержать следующие сведения:

- название министерства, учебного заведения, факультета и кафедры;
- полное название работы;
- фамилию, имя, отчество автора с указанием курса и формы (дневной или вечерней) обучения;
- фамилию и инициалы научного руководителя, его ученую степень (звание);
- место и год написания работы.

Название курсового проекта должно отвечать ряду требований. Во-первых, оно должно совпадать с утвержденной темой. Во-вторых, сама тема тоже должна быть сформулирована профессионально грамотно. Это означает, что в названии должны быть представлены как объект исследования, так и его предмет. Сама же формулировка по возможности должна отражать его проблему и состоять не более чем из 7–9 слов.

Введение

Введение отражает основные характеристики работы: проблему исследования; его актуальность, научную новизну и практическую значимость; объект и предмет исследования, его цель, задачи и гипотезу; используемые методы. Обычно введение включает и обобщение результатов, или выводы. Но общий текст его не должен превышать 2 страниц.

Проблема исследования

Формулировка проблем исследования направляет его планирование и объясняет, зачем исследование вообще было проведено. Проблема есть осознание какого-то противоречия. Например, между наличными условиями анализируемой ситуации и предъявляемыми к ней требованиями, между различными точками зрения на изучаемое явление или процесс, наконец, это может быть диалектическое противоречие в самой природе явления или объекта.

Актуальность

Отвечая на вопрос о том, почему именно сейчас необходимо данное исследование, вы тем самым освещаете его актуальность. Актуальность может быть теоретической, т.е. обнаруженная проблема находится на переднем крае науки, разрабатывается современными учеными и т.п., или практической, т.е. вытекающей из злободневных запросов практики в той области общественной жизни, где вы проводите свое прикладное исследование. Основными аспектами актуальности исследования могут быть:

- необходимость дополнения теоретических построений, относящихся к изучаемому явлению;
- потребность в новых фактах, которые позволят расширить теорию и сферу ее применения;
- потребность в более эффективных исследовательских методах, способных обеспечить получение новых данных;
- потребность в разработке методов, имеющих более широкие возможности;
- потребность в решении практических проблем.

Все, что предпринимается в исследовании впервые, характеризует его новизну. Научная новизна фундаментального исследования означает вклад в науку, открывающий новые исследовательские перспективы.

Практическая значимость как фундаментального, так и прикладного исследования связана с той конкретной, ощутимой пользой, которую могут принести его результаты.

Цель и задачи исследования

Цель исследования – ожидаемый результат вашей работы, который позволит разрешить обозначенную проблему.

Целевая организация любой деятельности, в том числе научно-исследовательской, предполагает выработку определенной последовательности действий – шагов для достижения поставленной цели, то есть задач, каждая из которых имеет свою собственную цель (или «подцель» по отношению к общей цели исследования).

Среди задач исследования должны быть как те, которые обеспечат нахождение новых фактов, так и те, которые помогут включить их в систему имеющихся знаний.

Часто встречающаяся ошибка возникает вследствие неумения различать задачи исследования и этапы его организации. Конечно, они взаимосвязаны, но, формулируя задачи исследования, нужно не описывать свои действия (анализ литературы, сбор эмпирических данных, их анализ, формулирование выводов и т.п.), а раскрывать, для чего осуществляется каждое из этих действий и как это способствует достижению общей цели исследования.

Объект исследования

Объект исследования – это фрагмент, часть реальности, на которую направлен научный поиск.

Стоит иметь в виду, что объект и предмет исследования определяются еще и его типом: фундаментальным или прикладным. Напомним их отличия. В системе современного научного знания различают несколько основных типов исследования. Одна из классификаций строится на основании такого критерия, как связь задач исследования с непосредственными запросами практики. Именно по этому критерию все исследования можно разделить на фундаментальные и прикладные.

В самом общем виде различие между ними сводится к тому, что фундаментальное исследование отчетливо ориентировано на раскрытие законов развития изучаемого предмета, в то время как прикладное – на способы применения знания об этих законах на практике.

Прикладные исследования в различных областях науки обладают рядом общих черт.

Цель всякого прикладного исследования – непосредственное решение практической задачи, более или менее быстрое внедрение результатов этого исследования для совершенствования каких-то сторон материальной или духовной деятельности общества.

Предмет исследования

Предмет исследования – сторона или аспект объекта, который непосредственно изучается, «высвечивается» в объекте, как правило, через призму проблемы. Предмет познания невозможно выделить и описать вне рамок какой-либо науки или комплекса наук, безотносительно к субъекту познания. Для каждой науки в любом предмете изучения (общенаучном, междисциплинарном, специальном) есть свой, частный аспект рассмотрения. Он может быть по-разному сформулирован в теоретическом, эмпирическом и прикладном исследовании.

Чтобы построить «хорошую» научную гипотезу, которую можно проверить эмпирически, следует помнить, что гипотеза:

- не должна содержать понятий, которые эмпирически не могут быть конкретизированы, т.е. не «операционализированы»;
- не должна содержать ценностных суждений;
- не должна включать в себя слишком много ограничений и допущений;
- должна быть проверяемой.

Методы исследования

Все исследовательские методы можно разделить на методы сбора эмпирической информации и методы теоретические. От этих двух групп научных методов следует отличать методы обработки полученных данных (качественные и количественные, среди последних – специальные методы математической статистики).

Обоснованный выбор методов опирается, прежде всего, на понимание специфики объекта и предмета исследования, а вот уже конкретные приемы и техники определяются поставленными задачами и условиями проведения исследования. Обоснование выбора методов исследования приводится в программе исследования.

Гипотеза исследования

Гипотеза – это не только догадка, но и логически обоснованное предположение исследователя о наличии, отсутствии или виде связи между изучаемыми явлениями, о характере этой связи, о закономерностях динамики явления.

Краткое обоснование гипотезы представляется во введении, а развернутое – в описании проблемы и программы исследования, которая должна логически вытекать из проведенного теоретического анализа проблемы.

Глава теоретическая

Существующие нормы научной деятельности предполагают, что, прежде чем заявлять о своем желании сделать вклад в науку, автор должен продемонстрировать знание того, что было известно еще до него. Наиболее прямой способ демонстрации этого – полный литературный обзор в избранной предметной области «своей» науки, а также в смежных областях других наук. Выполнение этой сложной и серьезной задачи невозможно без умения ориентироваться в огромном море современной научной информации, без умения работать с научной литературой.

Собранные литературные материалы могут быть скомпонованы по хронологическому принципу, описывая этапы исследования проблемы отечественными и зарубежными авторами. Однако логическое построение предпочтительнее.

Обнаруженные вами в ходе такого анализа малоизученные вопросы, противоречивость теоретических представлений различных авторов, противоречия в имеющихся эмпирических данных и т.п. создают предпосылки для формулирования научной проблемы и для обоснования целей эмпирического исследования.

Эмпирическая глава

Эмпирическая глава представляет собой отчет о проделанной работе по сбору и анализу эмпирических данных.

В программе эмпирического исследования уточняются его цель и задачи, производится «перевод» теоретических понятий, в которых обозначена проблема, в конкретные исследовательские переменные. Часто этот процесс называют операционализацией. Он включает обоснование методик.

Характеризуется выбор базы исследования. Обосновывается связь методов и методик как «техник» сбора эмпирических данных.

Подробно описываются этапы и процедуры исследования. Упоминаются все обстоятельства, могущие предположительно повлиять на полученные данные. Это необходимо для того, чтобы, опираясь на ваше описание, любой желающий смог бы в точности повторить его и, следовательно, прийти к тем же результатам.

Указываются способы обработки первичных данных. Количественная обработка данных предполагает обоснование в выборе методов математической статистики.

Большие, сложные таблицы и таблицы, содержащие промежуточные данные вычислений, лучше поместить в «Приложения».

Результаты и обсуждение

Обсуждение полученных данных начинается с их описания. Описание должно быть предельно строгим, т.е. содержать в себе только факты с их качественными (есть – нет) или количественными (сколько, как часто и пр.) характеристиками. Наиболее удобный вид их представления – таблицы, каждая из которых должна иметь свой номер и название. Частные данные, а также промежуточные расчеты приводятся в «Приложениях». Кроме того, в них помещаются образцы методического инструментария, например, исследовательские протоколы, иллюстративные материалы.

Кроме табличной формы представления количественных данных вы можете использовать также: а) диаграммы; б) графики для представления характера функциональной зависимости между величинами (переменными); в) корреляционные плеяды для отображения корреляционных связей между выделенными параметрами.

Подписи ко всем нетекстовым вставкам (рисунки, графики, схемы и т.п.) помещаются внизу, т.е. под ними, и содержат не только название, но и необходимые пояснения, например расшифровку условных обозначений.

В этом разделе помещаются все варианты анализа до теоретической их интерпретации, приводится собственно анализ полученных данных. При обсуждении результатов следует раскрыть значение полученных фактов с точки зрения теории. Должны быть представлены рассуждения о том, что могли бы означать полученные для решения поставленной проблемы данные, которые включают теперь научные понятия и категории, а также сопоставление выявленных закономерностей с представленными в литературе подходами.

Выводы и заключение

Выводы являются наиболее важной частью работы. Они подводят итог эмпирического исследования, показывая, насколько вы способны обобщить полученные результаты, обосновать свои обобщения с позиций избранной теоретической концепции, связать их с уже имеющимися аналогичными результатами других исследователей. Общее число выводов не должно превышать 3. Они должны, соответствовать поставленным задачам.

В случае прикладного характера исследования выводы дополняются практическими рекомендациями, они должны быть адресными и предназначаться конкретным специалистам в той или иной области общественной практики.

Заключение должно содержать общую оценку результатов проделанной работы, ее теоретической и эмпирической частей. По своему содержанию заключение обычно «симметрично» введению, т.е. в нем автор еще раз как бы напоминает смысл и содержание выполненной работы, определяет ее место среди других направлений психологических исследований и психологической практики. В нем намечаются пути и цели дальнейших исследований и подчеркиваются практические рекомендации.

Источники и литература

При составлении списка использованной литературы следует придерживаться библиографических норм описания.

Фамилии и инициалы редакторов научных сборников отделяются от названия одной косой чертой. Если приводится статья из журнала или сборника, то название журнала (сборника) обязательно приводится после двух косых черт.

Сначала приводятся работы, опубликованные на русском языке, затем – на иностранных языках. Список литературы в курсовом проекте обычно включает не менее 10 наименований.

Кроме печатных публикаций в список литературы могут быть включены и рукописи, в том числе дипломные и диссертационные работы. На все помещенные в список литературы источники должны быть ссылки в тексте.

Некоторые правила цитирования приведены ниже.

Текст цитаты заключается в кавычки и приводится в той грамматической форме, в какой он дан в источнике, с сохранением особенностей авторского написания. Обязательно указание номеров страниц в источнике.

Цитирование должно быть полным, без произвольного сокращения цитируемого фрагмента и без искажения смысла. Пропуск второстепенных слов обозначается многоточием. Оптимальное количество цитат в тексте – не более двух на странице. Каждая цитата должна сопровождаться ссылкой на источник, библиографическое описание которого приводится в соответствии с требованиями библиографических стандартов. В современной научной литературе в основном используются два варианта.

1. Библиографический указатель в конце работы (список литературы) оформляется как нумерованный список источников по алфавиту фамилий авторов. После приведенной в тексте цитаты в квадратных скобках указывается номер цитируемого источника в данном списке и через точку с запятой – номер страницы. Например: [14, 236].

2. Список литературы составляется по тому же алфавитному принципу, но не нумеруется. Он включает также названия сборников, желательно с указанием, под чьей редакцией вышло издание. После цитаты в тексте в круглых скобках указывается фамилия автора, год издания цитируемой работы и номер страницы. Например: (Иванов, 1978, с. 175). Если в одном году вышло несколько работ одного автора, то они помечаются строчными буквами (2001 а, 2001 б) в порядке их алфавитного следования в списке.

Образец титульного листа курсового проекта

Образец титульного листа курсового проекта приведен на рисунке.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б.Н.Ельцина»
Институт ИРИТ-РтФ
Кафедра «Полиграфии и веб-дизайна»

Разработка учебного издания

Курсовой проект по дисциплине
«Методы и средства научных исследований»

Преподаватель:
Сергеев А.П.

Студент:
Иванов И.И.

Группа:
РИМ-111102

Екатеринбург, 2011

ИСТОЧНИКИ И ЛИТЕРАТУРА

1. **Арапов, С.Ю.** Программные средства обработки информации. Конспект лекций / С.Ю Арапов, С.П. Арапова, А.Г. Тягунов [и др.]. – Екатеринбург : УГТУ–УПИ, 2008.
2. **Арапов, С.Ю.** Программные средства обработки информации. Методические указания по выполнению лабораторных и домашних работ / С.Ю. Арапов, С.П. Арапова, А.Г. Тягунов [и др.]. – Екатеринбург : УГТУ–УПИ, 2008.
3. **Афанасьев, К.Е.** Информационные технологии в численных расчетах / К.Е. Афанасьев, А.М. Гудов. – Кемерово : КГУ, 2001. – 203 с.
4. **Берж, К.** Теория графов и ее применение / К. Берж. – М. : Мир, 1962. – 230 с.
5. **Гмурман, В.Е.** Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман. – 12-е изд., перераб. – М. : Высшее образование, 2006. – 476 с.
6. **Гмурман, В.Е.** Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман. – 12-е изд., перераб. – М. : Высшее образование, 2006. – 479 с.
7. **Логиновский, А.В.** Моделирование / А.В. Логиновский, И.В. Емельянова. – Челябинск : ЮУрГУ, 2001. – 114 с.
8. **Мильдер, О.Б.** Методы и средства научных исследований. Конспект лекций / О.Б. Мильдер. – Екатеринбург : УГТУ–УПИ, 2009.
9. **Мильдер, О.Б.** Методы и средства научных исследований. Методические указания по выполнению лабораторных и домашних работ / О.Б. Мильдер. – Екатеринбург : УГТУ–УПИ, 2009.
10. **Перегудов Ф.И.** Введение в системный анализ: учеб. пособие для вузов / Ф.И. Перегудов, Ф.П. Тарасенко. – М. : Высшая школа, 1989. – 367 с.
11. **Полянский, Н.Н.** Методическое пособие по оформлению курсовых проектов и выпускных работ / Н.Н. Полянский. – М. : МГУП, 2000. – 41 с.
12. **Ревенков, А.В.** Теория и практика решения технических задач: учеб. пособие для студентов втузов / А.В. Ревенков, Е.В. Резчикова. – М. : ФОРУМ, 2008. – 384 с.
13. **Свами, М.Н.** Графы, сети и алгоритмы / М.Н. Свами, К. Тхуласираман. – М. : Мир, 1984. – 454 с.
14. **Справочник по математике** (для научных работников и инженеров) / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1973. – 832 с.

15. **Старков, Ф.А.** Графы. Приложение к исследованию сетевых структур / Ф.А. Старков, Р.А. Томакова. – Курск : КГТУ, 2001. – 146 с.

16. **Чернышов, Е.А.** Основы инженерного творчества в дипломном проектировании и магистерских диссертациях: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению «Металлургия» / Е.А. Чернышов. – М. : Высшая школа, 2008. – 256 с.

17. **Шульгин, Д.Б.** Системы управления интеллектуальной собственностью [монография] / Д.Б. Шульгин. – Екатеринбург : Урал. гос. техн. ун-т – УПИ, 2006. – 258 с.

Учебное электронное текстовое издание

Сергеев Александр Петрович
Тарасов Дмитрий Александрович
Тягунов Андрей Геннадьевич

МЕТОДЫ И СРЕДСТВА НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Учебно-методическое пособие
Подготовлено кафедрой «Полиграфия и веб-дизайн»

Компьютерная верстка *Д.А. Тарасов*
Редактор: *А.В. Поротникова*

Рекомендовано методическим советом
Разрешен к публикации 24.09.2012
Электронный формат – pdf
Объем – 3,4 уч.-изд. л.

Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б.Н.Ельцина

620002 Екатеринбург, Мира, 19

Информационный портал УрФУ
www.ustu.ru